AUTORICERCA

La fisica e metafisica dell'interpretazione concettualistica

Diederik Aerts
Massimiliano Sassoli de Bianchi

Numero 31
Anno 2025
Pagine 9-97

LAB

Riassunto

La meccanica quantistica ha mantenuto negli anni la fama di essere "la teoria più oscura". Funziona perfettamente, eppure nessuno sembra sapere perché. È stato sostenuto che la difficoltà nel comprenderla derivi dal nostro tentativo, inevitabilmente fallimentare, di imporle uno schema concettuale inadeguato, volendo a tutti i costi pensare agli oggetti della teoria come, appunto, a degli oggetti: cioè a delle entità dotate di proprietà spaziotemporali sempre attuali. Questo schema spaziotemporale troppo restrittivo è molto probabilmente il cuore del problema, come sottolineato anche dalla rivoluzione einsteiniana. Quale potrebbe essere, dunque, un'alternativa?

Molti pensatori hanno suggerito che dobbiamo arrenderci al fatto che il nostro mondo fisico è costituito da potenze e potenzialità immanenti. Lo ha fatto Aristotele *ante quantum litteram*, seguito da studiosi come Heisenberg, Primas, Shimony, Piron, Kastner, Kauffman, de Ronde, solo per citarne alcuni, tra cui anche gli autori, che sono stati entrambi studenti di Piron a Ginevra. Tuttavia, se da un lato un'ontologia della potenzialità pone l'accento sui processi di cambiamento, responsabili degli incessanti passaggi tra proprietà attuali e potenziali, dall'altro non chiarisce in cosa consistano questi cambiamenti. In altre parole, rimane aperta la questione metafisica dell'identificazione della natura del portatore di queste potenze, o potenzialità, e delle entità in grado di attualizzarle.

Lo scopo del presente articolo è quello di sottolineare che tale interrogativo ha trovato una possibile risposta nella recente *interpretazione concettualistica della meccanica quantistica*, che a nostro avviso offre l'ontologia e la metafisica mancanti che possono rendere la teoria pienamente intelligibile, e persino intuitiva. Nel farlo, sottolineeremo anche l'importanza di

distinguere attentamente i diversi strati concettuali che sono contenuti nel suo edificio esplicativo, poiché solo in questo modo si può comprendere adeguatamente, e apprezzare appieno, il potere esplicativo che essa offre, senza promuovere indebiti riduzionismi e/o antropomorfizzazioni.

1 Introduzione

C'è una famosa frase apocrifa attribuita a Richard Feynman, che dice che: "se pensi di capire la meccanica quantistica, non capisci la meccanica quantistica". Non è chiaro se Feynman abbia usato esattamente queste parole, ma sicuramente ne ha usate di simili quando ha scritto (Feynman 1985): "Credo di poter dire con sicurezza che nessuno capisce la meccanica quantistica". Nella stessa ottica, Werner Heisenberg racconta di una conversazione avuta a Copenaghen con Wolfgang Pauli e Niels Bohr, nel giugno 1952, in cui Bohr sembra aver detto che (Heisenberg 1971): "coloro che non rimangono scioccati quando si imbattono per la prima volta nella teoria quantistica non possono assolutamente averla compresa".

Le citazioni di cui sopra, e quelle simili pronunciate da eminenti fisici quantistici, non devono però essere interpretate in senso disfattista, cioè nel senso che dovremmo rinunciare a cercare di capire la fisica quantistica. D'altra parte, non possiamo fare a meno di osservare che questo è ciò che molti fisici hanno appunto fatto. Non solo, citando Sean Carroll (2019): "Ciò che sorprende è che i fisici sembrano non preoccuparsi del fatto di non capire la teoria più importante che hanno". Quindi, si potrebbe sostenere che la meccanica quantistica si sia guadagnata l'immeritata reputazione di essere l'unica teoria che nessuno comprende. Ma se pensiamo alla relatività, possiamo chiederci: le persone capiscono davvero perché la velocità della luce è la stessa in ogni sistema di riferimento? Probabilmente no (Aerts 2018, Aerts & Sassoli de Bianchi, 2023).

In linea di principio, si potrebbe sostenere che, se ci spingiamo abbastanza in profondità, ogni teoria fisica presenta a un certo

punto una sfida in termini di comprensione dei suoi aspetti più fondamentali. Un ottimo esempio è il famoso *hypotheses non fingo* di Isaac Newton, in relazione al problema della gravità, quando scrisse (Newton 1726): "In verità non sono ancora riuscito a dedurre dai fenomeni la ragione di queste proprietà della gravità, e non invento ipotesi. Qualunque cosa, infatti, non deducibile dai fenomeni va chiamata ipotesi; e nella filosofia sperimentale non trovano posto le ipotesi, sia metafisiche, sia fisiche, sia delle qualità occulte, sia meccaniche. In questa filosofia, le proposizioni particolari vengono ricavate dai fenomeni, e successivamente rese generali per induzione".

Il mistero della gravità, che Newton non voleva spiegare, o non era in grado di spiegare, seppur solo speculativamente, riguardava il modo in cui i corpi materiali sono in grado di attrarsi a distanza, senza un contatto diretto tra loro. La gravità poneva a Newton il problema di un'*azione fantasma a distanza*, impossibile da spiegare attraverso un'ipotesi che fosse per lui sufficientemente ragionevole, considerando la visione del mondo del suo tempo. Come sappiamo, abbiamo dovuto aspettare il suo successore, Albert Einstein, per avere la prima spiegazione veramente efficace (Einstein 1916). In un certo senso, Einstein risolse il problema eliminando il problema, cioè eliminando la forza gravitazionale, poiché nella *Relatività Generale* la gravitazione diventa un'espressione della geometria stessa dello spaziotempo, per cui gli enti si muovono semplicemente lungo delle *geodetiche*, che sono la generalizzazione della nozione di linea retta per uno spaziotempo curvo.

Per uno scherzo del destino, Einstein eliminò l'apparentemente inspiegabile azione fantasma a distanza del suo predecessore solo per trovarsi di fronte a un'altra azione fantasma, associata al fenomeno dell'*entanglement quantistico*. In una lettera a Max Born, parlò della meccanica quantistica nei seguenti termini (Born 1947): "Non posso prenderla sul serio, perché la teoria è inconciliabile con l'idea che la fisica debba rappresentare una realtà nello spazio e nel tempo, priva di azioni fantasma a distanza". Questo passaggio è particolarmente

importante, poiché mette in evidenza la principale difficoltà che la meccanica quantistica presenta a chiunque cerchi davvero di comprenderne il contenuto: il nostro preconcetto secondo cui la realtà fisica dovrebbe svolgersi interamente nello spazio, e naturalmente anche nel tempo, e il fatto che, apparentemente, ci manchi un'intuizione di cosa potrebbe essere una realtà non-spaziale.

Questa non è certamente l'unica lacuna esplicativa con cui la meccanica quantistica ci confronta, ma se guardiamo con attenzione alla teoria, da una prospettiva fondazionale, diventa plausibile che la *non-spazialità* possa essere considerata *la* lacuna esplicativa su cui si annidano tutte le altre questioni interpretative, come la *sovrapposizione*, l'*entanglement*, la *complementarità*, l'*indiscernibilità*, e persino il *problema della misura*. Detto questo, quando si parla di comprensione di una teoria, bisogna distinguere due aspetti. Il primo è quello che potremmo definire la sua comprensione tecnica. Si tratta di familiarizzarsi con gli esperimenti che hanno reso necessaria la teoria, e con il suo linguaggio formale, in particolare con il suo edificio matematico, che nel caso della meccanica quantistica può assumere forme diverse, a seconda dell'approccio adottato; quello standard si basa su una formulazione hilbertiana, che utilizza i vettori unitari per gli stati, gli operatori auto-aggiunti per le osservabili e le proiezioni ortogonali per le proprietà.

C'è poi un altro aspetto: l'interpretazione della teoria. Secondo Tim Maudlin, l'interpretazione è ciò che trasforma un formalismo in una teoria fisica a tutti gli effetti. Citando da una sua recente intervista (Maudlin 2019):

> Non c'è dubbio che [...] esiste un formalismo matematico da cui sappiamo ricavare previsioni, e queste previsioni possono essere accurate fino a quattordici cifre decimali, ma ciò che una teoria [...] fisica è, è più di un semplice formalismo matematico con delle regole, dovrebbe specificare un'ontologia fisica, il che significa: dimmi cosa esiste nel mondo fisico. Ci sono particelle? Ci sono campi? Esiste lo spaziotempo? E parlarmi di queste cose [...] e il problema è che [...] la teoria quantistica non è una teoria in questo senso, è solo un

> formalismo, e allora ciò che chiamiamo "interpretare la teoria quantistica" – che sembra una cosa strana da fare perché verrebbe da dire: beh, io ho una teoria, cos'è un'interpretazione? – [...] è in realtà lo sviluppo di teorie fisiche precise che fanno le stesse previsioni, o quasi le stesse previsioni, che si ottengono da questa ricetta matematica standard [...].

Seguendo Maudlin, quella che di solito viene chiamata interpretazione è quindi la specificazione sia di un'ontologia che di una metafisica. Per ontologia intendiamo una descrizione dell'inventario delle entità che esistono là fuori (Broad 1923), mentre per metafisica intendiamo una descrizione di ciò che queste entità sono, cioè della loro possibile natura fondamentale (Quine 1948). Una prospettiva simile è adottata da de Ronde (2014, 2017), nel suo programma realista rappresentazionale, sottolineando che una teoria senza un'ontologia e una metafisica (quella che lui chiama la componente concettuale della teoria) non si può nemmeno chiamare teoria fisica, aggiungendo che, idealmente, dovrebbero essere *estrapolate dal* formalismo stesso.

Siamo d'accordo con Maudlin e de Ronde sulla necessità di fornire un'adeguata interpretazione alla meccanica quantistica, in modo che possa essere considerata una vera e propria teoria fisica, e non solo un insieme di prescrizioni efficaci per fare ogni sorta di previsioni, ed è proprio lo scopo del presente articolo quello di argomentare a favore di un'ontologia e di una metafisica specifiche per la teoria, quindi di un'interpretazione che permetta alla meccanica quantistica di diventare pienamente comprensibile. Naturalmente, non sappiamo se la nostra interpretazione sia necessariamente quella corretta. È necessario raccogliere ulteriori dati a suo favore, ma a nostro avviso, allo stadio attuale di sviluppo, rappresenta un candidato molto serio, e in un certo senso l'unico candidato veramente in grado di spiegare ciò che solitamente si considera ancora oggi inspiegabile. Riteniamo inoltre che sia ad oggi l'unico candidato in grado di spiegare *tutti* gli enigmi quantistici, e non solo alcuni di essi. Ultimo ma non meno importante, la nostra

interpretazione soddisfa il criterio di essere il risultato di una ontologia-metafisica costruita dal basso, frutto di un'attenta osservazione del comportamento delle diverse entità fisiche, seguita dalla domanda: "Quale natura potrebbe produrre un tale comportamento?".

L'articolo è organizzato come segue. Nella Sezione 2, si descrivono i fenomeni chiave che qualsiasi interpretazione della fisica quantistica deve essere in grado di spiegare in modo soddisfacente. Nella Sezione 3, ricordiamo la genesi dell'interpretazione concettualistica e i suoi assunti di base. Nella Sezione 4, mostriamo come quest'ultima possa fornire una spiegazione convincente per tutti i misteri più profondi della meccanica quantistica. Infine, nella Sezione 5, offriamo alcune osservazioni conclusive.

2 Caratteristiche quantistiche

In questa sezione, descriviamo alcune delle caratteristiche chiave della meccanica quantistica e sottolineiamo i misteri che esse rappresentano:

(1) sovrapposizione quantistica
(2) misura quantistica
(3) entanglement quantistico
(4) complementarità quantistica
(5) indistinguibilità quantistica

2.1 Sovrapposizione quantistica

Nella meccanica quantistica standard, la *sovrapposizione quantistica* è intimamente incorporata nel formalismo. Infatti, essendo lo spazio degli stati uno spazio di Hilbert, cioè uno spazio vettoriale, ogni stato, in quanto vettore, può sempre essere scritto come combinazione lineare di due o più stati. Inoltre, essendo l'equazione di Schrödinger lineare, queste combinazioni restano compatibili con le leggi di evoluzione: se due stati-vettore obbediscono all'equazione di Schrödinger, lo stesso sarà vero per la loro combinazione lineare,

cioè per la loro sovrapposizione. Si noti che il termine storico "sovrapposizione" deriva dal fatto che quando gli stati-vettore sono interpretati come onde, la loro combinazione lineare può essere interpretata come una sovrapposizione di onde. Un nome più preciso, tuttavia, sarebbe *combinazione quantistica*.

Non è chiaro se il principio di sovrapposizione debba essere valido in tutti i contesti sperimentali, cioè se sia vero che, dati due stati-vettore, tutte le loro possibili combinazioni lineari complesse corrispondano sempre a degli stati autentici, in cui l'entità in questione può trovarsi. Un motivo per dubitarne è il cosiddetto problema della misura. Se le leggi di evoluzione sono lineari e l'apparato di misura viene anch'esso trattato in modo puramente quantomeccanico, allora partendo da uno stato iniziale di sovrapposizione, per linearità si produrrà uno stato finale che è anch'esso uno stato di sovrapposizione del sistema composito formato dall'entità misurata e dall'apparato. Ma questo non è ciò che solitamente si osserva in laboratorio; quindi, sembrano esserci delle situazioni in cui il principio di sovrapposizione non si applica.

La sovrapposizione quantistica è inoltre parzialmente inibita quando sono in vigore delle *regole di superselezione* (Streater & Wightman 1964), cioè quando lo spazio di Hilbert degli stati può essere decomposto come una somma diretta di sottospazi ortogonali, il che significa che non si possono preparare certe sovrapposizioni di stati-vettore. Inoltre, la sovrapposizione quantistica non si applica a tutti gli stati se lo spazio degli stati viene aumentato per includere, oltre agli stati-vettore, gli *stati-operatore*, detti anche *matrici densità* o *operatori densità* (Aerts & Sassoli de Bianchi 2014). Infatti, una combinazione lineare convessa di stati-operatore è di nuovo uno stato-operatore. Tuttavia, se gli stati-operatore in questione sono operatori di proiezione ortogonale unidimensionali, cioè sono la versione operatore di stati-vettore, allora l'operatore di proiezione associato a una combinazione lineare normalizzata di questi ultimi sarà in generale diverso dallo stato-operatore ottenuto considerando una combinazione lineare convessa dei primi, poiché i cosiddetti termini di

interferenza saranno assenti (Aerts & Sassoli de Bianchi 2016).

Detto questo, nonostante le possibili limitazioni, la sovrapposizione quantistica è certamente un fenomeno diffuso che è stato osservato in innumerevoli situazioni sperimentali, anche in relazione a entità fisiche relativamente grandi, come delle molecole organiche (Gerlich et al. 2011, 2013) e persino dei risonatori micromeccanici (O'Connell et al. 2010). Il modo in cui viene comunemente evidenziata in laboratorio è attraverso gli *effetti di interferenza* che è in grado di produrre. L'esempio paradigmatico è quello dell'esperimento della doppia fenditura (Feynman et al. 1964), in cui il contesto sperimentale è tale che lo stato dell'entità è descrivibile come una combinazione lineare

$$\psi = a_1\psi_1 + a_2\psi_2$$

dove ψ_1 è lo stato corrispondente alla situazione in cui solo la fenditura-1 è aperta, ψ_2 è lo stato corrispondente alla situazione in cui solo la fenditura-2 è aperta[1], e $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$.

Quando si misura tale stato di sovrapposizione, facendo interagire l'entità quantistica (un elettrone, un fotone, ecc.) con uno schermo rivelatore, che funziona come strumento di misura per la posizione, e si raccolgono numerose osservazioni, si ottiene uno schema di interferenza che rivela che l'entità in questione non può essere descritta come se si trovasse nello stato ψ_1, con probabilità $|a_1|^2$, oppure nello stato ψ_2, con probabilità $|a_2|^2$ (si veda la Figura 1). I fisici a volte descrivono questa situazione dicendo che l'entità quantistica passa attraverso entrambe le fenditure contemporaneamente, come un'onda spaziale, ma questo è un modo errato di descrivere ciò che accade. L'affermazione corretta è che l'entità passa *potenzialmente* attraverso entrambe le

[1] Si noti che è possibile scomporre la funzione d'onda ψ come sovrapposizione di funzioni d'onda associate in modo univoco alle situazioni a fenditura singola solo nei regimi in cui le lunghezze d'onda diventano molto piccole rispetto alle distanze tra le fenditure. Si veda (Sassoli de Bianchi & Sassoli de Bianchi 2025) e le referenze ivi citate.

fenditure, contemporaneamente. Infatti, in nessun momento prima che l'entità venga rivelata dallo schermo, c'è una sua presenza effettiva nello spazio.

Qual è dunque il vero mistero della sovrapposizione quantistica? Certamente non il fatto che essa descrive una *modalità di esistenza potenziale*, poiché la nozione di potenzialità era già stata introdotta da Aristotele per concettualizzare i diversi processi possibili di cambiamento, ben prima dell'avvento della meccanica quantistica (Aristotele 1995).

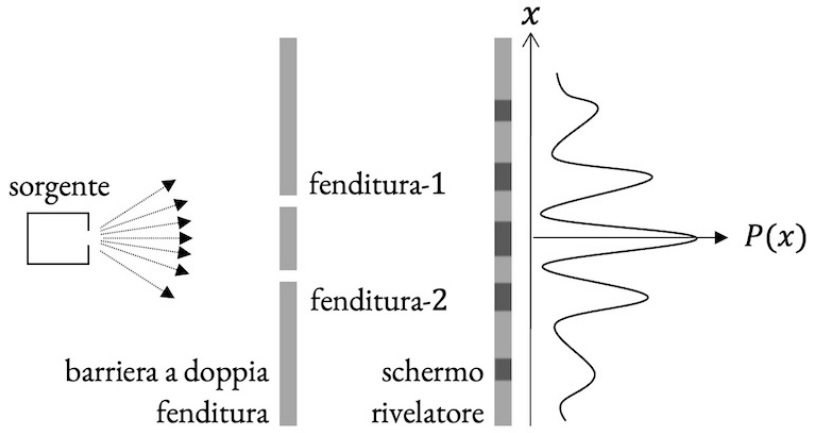

Figura 1 Nell'esperimento a doppia fenditura, quando entrambe le fenditure sono aperte, la distribuzione di probabilità degli impatti sullo schermo rivelatore non è quella che ci si aspetterebbe se le entità emesse dalla sorgente fossero dei corpuscoli, in quanto corrisponde a uno schema di interferenza a frange, con la frangia principale al centro dello schermo.

Il vero mistero sta nel fatto che questi modi di essere potenziali possono essere espressi in relazione a delle proprietà *spaziali* che si escludono a vicenda. Sappiamo che un'entità come un elettrone non è un'onda, visto che può manifestarsi come un punto localizzato su uno schermo. Tuttavia, se fosse solo un corpuscolo localizzato nello spazio, come potrebbe essere potenzialmente presente in entrambe le fenditure allo stesso tempo, senza essere effettivamente presente in nessun punto dello spazio? In altre parole, cosa significa essere in uno

stato non-spaziale, cioè in uno stato caratterizzato da *proprietà spaziali non attualizzate*?

2.2 La misura quantistica

Oltre alle evoluzioni reversibili e deterministiche, ad esempio governate dall'equazione di Schrödinger nel caso non relativistico, possono verificarsi anche delle evoluzioni irreversibili e indeterministiche, quando si effettuano delle procedure sperimentali per osservare specifiche grandezze fisiche, dette *misure quantistiche*. Si tratta di processi di *rottura ponderata di simmetria*, che permettono di passare da uno stato di sovrapposizione prima della misura della forma

$$\psi = a_1\psi_1 + \cdots + a_N\psi_N$$

a uno solo degli N possibili esiti, associati agli autostati $\psi_1, \cdots, \psi_N$, che caratterizzano la misura in questione, assumendo qui per semplicità che il loro numero N sia finito (si veda la Figura 2).

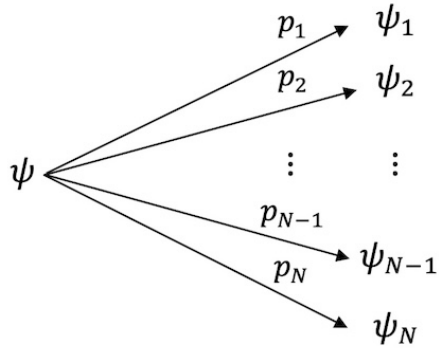

Figura 2 In una misura quantistica, partendo da uno stato prima della misura ψ , sono disponibili per essere attualizzati diversi stati-esito, $\psi_1, \cdots, \psi_N$. Grazie alla *regola di Born*, è possibile calcolare le probabilità dei diversi esiti possibili, $p_1, \cdots, p_N$. Queste probabilità sembrano essere autenticamente irriducibili, cioè corrispondere alla massima conoscenza disponibile per determinare quale esito si realizzerà al termine del processo.

Il processo è solitamente denominato *riduzione di stato* o *collasso dello stato,* e sebbene sia impossibile prevedere l'esito di una singola

misura, le probabilità di transizione, $p_1, \dots, p_N$, possono comunque essere calcolate utilizzando la *regola di Born*

$$p_i = |\langle \psi_i | \psi \rangle|^2 \qquad i = 1, \dots, N$$

che esprime il contenuto statistico della teoria e la mette in corrispondenza con gli esperimenti. Più precisamente, la transizione $\psi \to \psi_1$ sarà osservata il $p_1\%$ delle volte, con $p_1 = |\langle \psi_1 | \psi \rangle|^2$, la transizione $\psi \to \psi_2$ sarà osservata il $p_2\%$ delle volte, con $p_2 = |\langle \psi_2 | \psi \rangle|^2$, e così via, con $p_1 + \cdots + p_N = 1$.

Qual è, dunque, il mistero di una misura quantistica? Di certo non risiede nel fatto che essa descrive un processo di rottura di simmetria, poiché questo concetto è ben noto e ampiamente accettato in molti ambiti della fisica. Si pensi ai cambiamenti drammatici e improvvisi descritti nella *teoria delle biforcazioni*, nell'ambito dello studio dei sistemi dinamici (Nicolis & Prigogine 1977). La nozione di *biforcazione*, introdotta per la prima volta da Henri Poincaré (1885), descrive con precisione la situazione paradigmatica in cui un equilibrio diventa sempre più instabile.

A titolo di esempio, si consideri una matita posta verticalmente sulla sua punta, su un tavolo. Ciò è possibile fintanto che l'area di contatto A tra la punta e il tavolo (assumendo per semplicità che si tratti di una superficie circolare piana) è diversa da zero, in modo che il centro di gravità della matita possa proiettarsi ortogonalmente all'interno di tale area, quando la matita viene posizionata verticalmente, in equilibrio statico. Il parametro A svolge qui il ruolo di *parametro d'ordine*: nella misura in cui A diminuisce, le fluttuazioni ambientali finiranno col rompere la simmetria rotazionale (intorno all'asse verticale) dello stato della matita, che cadendo acquisterà uno stato non rotazionalmente simmetrico, attualizzando una specifica orientazione, impossibile da prevedere in anticipo (si veda la Figura 3). Tale orientamento era solo potenziale prima del collasso della matita; pertanto, lo stato pre-collasso può essere descritto come uno stato di sovrapposizione in cui le diverse direzioni sono solo degli elementi di realtà potenziali.

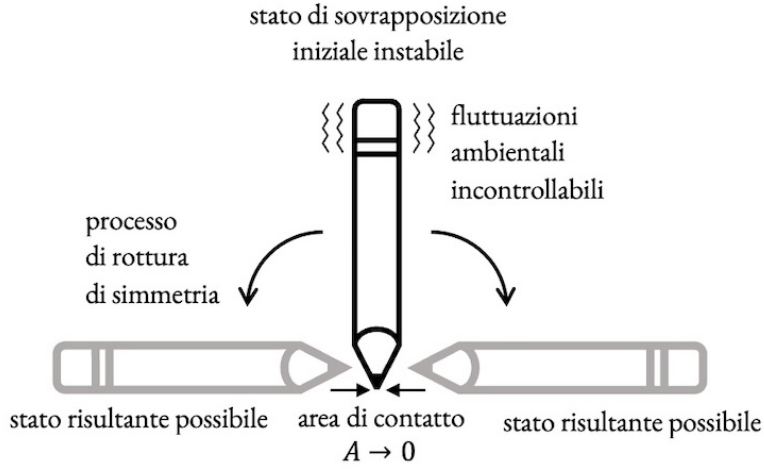

Figura 3 Una matita appoggiata verticalmente sulla punta, su un tavolo, è come uno stato di sovrapposizione quantistico prima di una misura, pronto a collassare in uno dei tanti stati-esito possibili, quando il parametro d'ordine relativo all'*area di contatto* tende a zero: $A \to 0$. Nello stato iniziale, prima della misura, i diversi orientamenti sono solo potenziali, mentre un orientamento specifico si attualizza, in modo imprevedibile, ogni volta che la matita cade sul tavolo.

Perché allora una misura quantistica non viene vista come un processo simile a quello della matita che collassa sul tavolo? A nostro avviso, la ragione principale è che la maggior parte dei fisici è ancora legata al pregiudizio che un'entità quantistica, come qualsiasi altra entità fisica, debba essere un'entità spaziale, tanto che, nella mente di molti, *non-spazialità fa rima con non-realtà*. Nell'esempio della matita, aderire a questo pregiudizio equivarrebbe a considerare che i suoi unici stati possibili sono quelli in cui giace piatta sul tavolo, cioè quelli che hanno un orientamento ben definito sul piano del tavolo, essendo il tavolo, nel nostro esempio, una metafora dello spazio euclideo. Dalla nostra prospettiva tridimensionale, non abbiamo ovviamente problemi a capire che per la matita altri stati sono possibili, oltre il piano del tavolo. Tuttavia, per le entità quantistiche non c'è un "altro luogo" disponibile in cui risiedere, quando sono in uno stato che corrisponde alla sovrapposizione di diversi "stati-

luogo". Quindi, finché associamo lo *stato* con il *luogo* non possiamo capire cosa sta succedendo, perché un luogo è per definizione contenuto da qualche parte nello spazio. In Aerts & Sassoli de Bianchi (2015a), una metafora simile è stata utilizzata in relazione al lancio dei dadi, dove il tavolo rappresentava il luogo di residenza delle entità spaziali classiche, cioè il teatro in cui, prima della scoperta della fisica quantistica, si riteneva appartenessero tutte le entità fisiche.

In altre parole, se non si abbandona il pregiudizio spaziale, non è possibile comprendere perché l'esito di una misura quantistica della posizione sarebbe genuinamente imprevedibile, dal momento che dovrebbe trattarsi dell'osservazione di una proprietà spaziale preesistente. Pertanto, quando si cerca di svelare il mistero delle misure quantistiche, il primo ostacolo è che solitamente non si accetta che questi processi possano essere visti come dei processi di rottura (ponderata) di simmetria, perché questo richiederebbe poi di considerare le entità misurate come entità non spaziali, e nessuno sa a cosa corrisponderebbero.

Il secondo elemento di mistero delle misure quantistiche, che richiede comunque di essere spiegato anche se si accetta l'idea che si tratti di *contesti* di rottura di simmetria in grado di far evolvere degli stati non-spaziali in stati spaziali, è capire quale sia la natura delle fluttuazioni incontrollabili che causerebbero i processi di attualizzazione, e come si possano mettere in relazione con le previsioni della regola di Born. In altre parole, il secondo elemento di mistero riguarda la spiegazione di ciò che accade dietro le quinte di un *salto quantistico*.

2.3 Entanglement quantistico

Da un punto di vista teorico, l'*entanglement quantistico* è una conseguenza diretta della sovrapposizione quantistica, quando quest'ultima viene applicata ai sistemi composti. Infatti, se un'entità S è formata da due sottoentità, S_A e S_B, con S_A nello stato-vettore ψ e S_B nello stato-vettore φ, l'entità bipartita S si troverà nello *stato prodotto* (tensoriale) $\psi \otimes \varphi$, che è a sua volta uno stato-vettore. La

situazione in cui S_A si trova nello stato-vettore φ e S_B nello stato-vettore ψ è ovviamente un'altra possibilità, corrispondente allo stato prodotto $\varphi \otimes \psi$ per S. Ma se si applica il principio di sovrapposizione, la combinazione lineare

$$a_1\psi \otimes \varphi + a_2\varphi \otimes \psi$$

è anch'essa la descrizione di un possibile stato per S (una volta debitamente normalizzato), chiamato *stato entangled*, secondo una terminologia introdotta da Erwin Schrödinger.

Essendo gli stati entangled un caso particolare di stati di sovrapposizione, ci confrontano con la stessa sfida interpretativa che questi ultimi pongono: quella di capire cosa sia veramente la non-spazialità. Lo fanno, però, in modo più spettacolare, per il seguente motivo. Si possono creare situazioni sperimentali in cui le due sub-entità entangled, S_A e S_B, sono sottoposte a delle misure congiunte in laboratori arbitrariamente lontani nello spazio l'uno dall'altro. Se abbracciamo il pregiudizio secondo cui delle misure eseguite congiuntamente in luoghi che sono spazialmente sufficientemente separati (quindi con una separazione *di tipo spazio* in senso relativistico) dovrebbero essere anche *sperimentalmente separate*, ci si aspetta di osservare, nelle statistiche dei risultati, unicamente quelle correlazioni che preesistevano all'esecuzione stessa delle misure congiunte, cioè delle correlazioni con delle cause comuni nel passato.

È stato merito di John Bell (1964) riuscire a derivare delle disuguaglianze matematiche, formate unicamente da quantità sperimentalmente accessibili, che possono essere violate da delle entità quantistiche entangled, ma non se le correlazioni osservate possono essere spiegate come risultanti da cause comuni nel passato. In altre parole, le disuguaglianze di Bell permettono di demarcare le correlazioni previste dal formalismo quantistico dalle correlazioni ordinarie del tipo "calze di Bertlmann" (Bell 1981, Aerts & Sassoli de Bianchi 2019). E molti esperimenti eseguiti negli anni Ottanta, poi perfezionati nel corso degli anni, hanno confermato l'esistenza delle correlazioni quantistiche che violano le disuguaglianze di Bell; si veda

Bertlmann (1990) per una rassegna.

Qual è dunque il mistero dell'entanglement quantistico? Non certo il fatto che descrive una situazione in cui le correlazioni osservate non possono essere associate a delle cause comuni nel passato. Infatti, anche i sistemi compositi macroscopici possono facilmente violare le disuguaglianze di Bell, quando le sotto-entità che li formano sono in qualche modo *connesse*. Questo aspetto è stato sottolineato da uno di noi già negli anni Ottanta del secolo scorso, utilizzando un sistema formato da due *recipienti d'acqua* collegati attraverso un tubo (si veda la Figura 4), con le misure congiunte definite in modo tale che le correlazioni potessero essere create in modo contestuale, a ogni esecuzione delle misure congiunte (Aerts 1982a, Aerts et al. 2019, Aerts & Sassoli de Bianchi 2019).

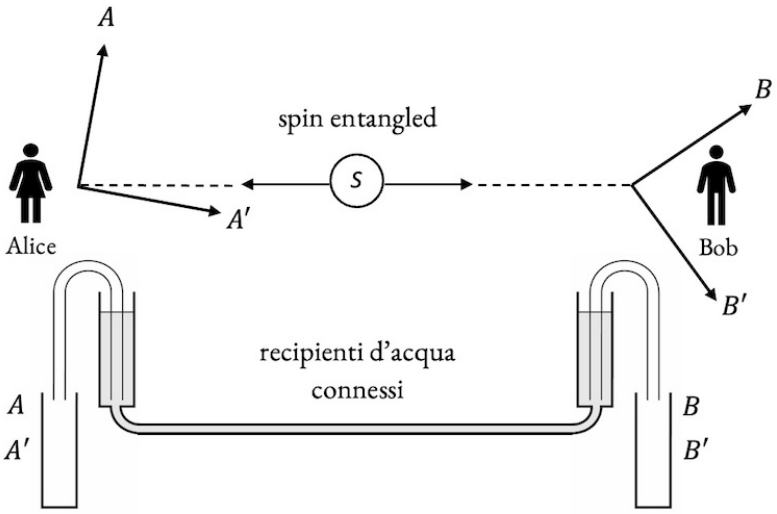

Figura 4 I sistemi microscopici, come due spin entangled, e i sistemi macroscopici, come due recipienti d'acqua collegati, possono entrambi violare le disuguaglianze di Bell-CHSH, quando gli esperimenti congiunti di Alice e Bob creano contestualmente le correlazioni osservate. Per i due spin entangled, le misure di Alice, *A* e *A'*, e quelle di Bob, *B* e *B'*, sono delle misure di Stern-Gerlach lungo diverse direzioni spaziali. Per i due recipienti d'acqua collegati, corrispondono invece all'estrazione congiunta di acqua dai recipienti, utilizzando dei sifoni, o alla verifica della sua trasparenza (Aerts 1982a).

Sorge quindi la domanda: "Perché l'entanglement quantistico non viene visto semplicemente come un *elemento connettivo della realtà*, al pari del tubo che collega i due recipienti d'acqua?". Il pregiudizio spaziale è probabilmente ancora una volta l'ostacolo principale. Perché a questo punto si pone un'ulteriore domanda: "Quale sarebbe la natura di un elemento connettivo del reale in grado di trasformare due entità spazialmente separate in un sistema fortemente interconnesso, pur rimanendo perfettamente irrilevabile nello spazio tra le due entità?". Ci sarebbe poi anche da spiegare perché l'entanglement quantistico sarebbe lo stato di default: "Perché le entità quantistiche s'intrecciano spontaneamente quando viene loro permesso di interagire, così che l'entanglement è onnipresente nella nostra realtà fisica, pur rimanendo uno stato relativamente fragile?".

2.4 Indeterminazione quantistica

La complementarità è il modo in cui Niels Bohr (1928) ha espresso il *principio di indeterminazione* di Heisenberg in un quadro concettuale più ampio. Da un lato, si può dire che la complementarità esprime il fatto che, poiché le misure quantistiche sono delle procedure intrinsecamente invasive, che cambiano lo stato dell'entità misurata (tranne quando si trova già in un autostato), alcune di esse saranno tra loro incompatibili, nel senso che in generale non potranno essere effettuate contemporaneamente. Se le misure sono viste come *processi interrogativi*, ciò significa che ci sono delle domande sperimentali che non possono essere poste congiuntamente, quindi, che ci sono delle risposte che non possono essere ricevute in contemporanea; l'esempio tipico è quello delle domande sulla *posizione* e sulla *quantità di moto* di un'entità quantistica.

Qual è dunque il mistero dell'indeterminazione quantistica, o della complementarità quantistica? Certamente non il fatto che è impossibile, in alcune circostanze, effettuare due misure in contemporanea. In effetti, questo non implica che non esista un

criterio generale per verificare se un'entità quantistica, ad esempio un elettrone, possieda una proprietà che risulta dall'*incontro* di due proprietà (detta *meet property* in inglese), come "avere una certa posizione" *e* "avere una certa quantità di moto". Perché una proprietà è solo uno *stato di previsione* e un test è solo una procedura che permette di verificare la previsione in questione, e i test associati alle *proprietà incontro*, detti *test prodotto*, possono sempre essere definiti (Piron 1976).

Per usare un esempio, introdotto molto anni fa nella tesi di dottorato di uno degli autori (Aerts 1982b), consideriamo un cubo di legno e le sue due proprietà di *galleggiare sull'acqua* e *bruciare bene* (si veda la Figura 5).

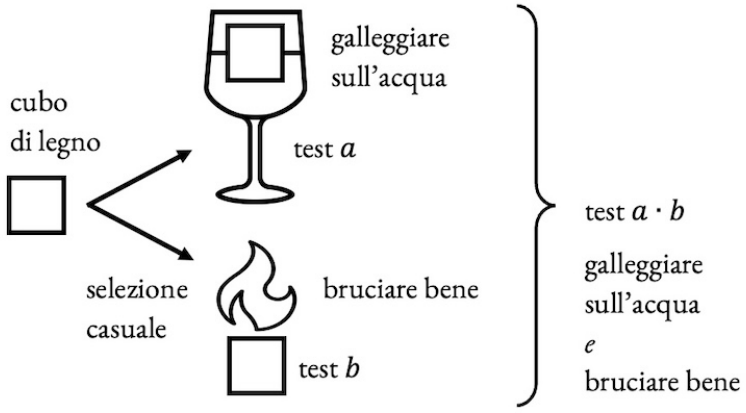

Figura 5 Il test del prodotto $a \cdot b$, per la proprietà $A \wedge B$ di *galleggiare sull'acqua e bruciare bene*, consiste nello scegliere casualmente, e poi eseguire, il test a per la proprietà A (galleggiare sull'acqua) o il test b per la proprietà B (bruciare bene), attribuendo poi il risultato ottenuto ad $a \cdot b$.

Senza entrare nei dettagli, il lettore può facilmente capire perché il test per la bruciabilità è incompatibile con il test per la galleggiabilità. In breve, la cenere non galleggia e il legno bagnato non brucia bene. Ma non è necessario eseguire congiuntamente i due test per verificare la proprietà di *galleggiare sull'acqua e bruciare bene*. Infatti, è sufficiente selezionare a caso uno dei due test ed eseguirlo, per poi

considerare l'esito (positivo o negativo) come risultato del test prodotto. Questo perché l'unico modo per poter prevedere con certezza l'esito positivo del test è che entrambe le proprietà siano attuali (la scelta di quale test eseguire essendo per definizione imprevedibile). E siamo tutti in grado di prevedere con certezza l'esito positivo di tale test prodotto, sulla base della nostra conoscenza pregressa secondo cui i cubi di legno galleggiano sull'acqua e, inoltre, bruciano bene.

Quindi, l'incompatibilità sperimentale di due proprietà di una data entità non implica che esse non possano essere contemporaneamente reali, come indica la logica *disgiuntiva* di un test di prodotto e come esemplifica l'esempio del cubo di legno. Perché questo è importante? Perché l'indeterminazione quantistica va ben oltre, ed è qui che risiede il suo vero mistero. Sebbene si possa facilmente definire ed eseguire un test prodotto, ad esempio per un elettrone, con lo scopo di stabilire se le sue osservabili posizione e quantità di moto hanno valori compresi in due intervalli dati, Δx e Δp_x, lungo la direzione x, non è possibile, nemmeno in linea di principio, prevedere con certezza l'esito di tale test prodotto, a meno che $\Delta x = \Delta p_x = \infty$.

Nel formalismo quantistico, ciò è espresso dal fatto che le osservabili posizione e quantità di moto non commutano e che, per questo motivo, non esistono degli stati che sarebbero congiuntamente autostati delle due osservabili. Un altro modo per dirlo è che le misure di posizione e di quantità di moto non possono essere intese come sottomisure di una misura più grande, anch'essa associabile a un operatore autoaggiunto. Pertanto, il mistero che si cela dietro la complementarità quantistica è ancora una volta quello della non-spazialità: il fatto che le proprietà spaziali classiche, come avere una data posizione e una data quantità di moto, non possono essere attualizzate congiuntamente, il che equivale a dire che un'entità elementare quantistica è qualcosa di molto diverso da un corpuscolo che si muoverebbe lungo una specifica traiettoria nello spazio.

Entrando più nello specifico delle relazioni di indeterminazione di

Heisenberg, c'è un'ulteriore lacuna esplicativa: quella di riuscire a capire perché più uno stato-vettore ha un picco intorno a una data posizione nello spazio, meno lo stesso stato-vettore ha un picco nello spazio della quantità di moto, in accordo con le proprietà della *trasformata di Fourier*. In altre parole, più un'entità è localizzata nello spazio relativo alla posizione, meno è localizzata nello spazio relativo alla quantità di moto, e le relazioni di indeterminazione di Heisenberg esprimono precisamente questo *compromesso* in termini quantitativi, ad esempio attraverso la diseguaglianza (Kennard 1927):

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Si noti che un'interpretazione efficace del formalismo quantistico dovrebbe essere in grado di spiegare non solo il comportamento sopra descritto, ma anche l'esistenza di *relazioni di indeterminazione rovesciate* (Mondal et al. 2017), secondo le quali, così come esistono limiti inferiori per i prodotti (e le somme) delle varianze di osservabili incompatibili, esistono anche dei limiti superiori (sebbene questi siano dipendenti dallo stato e quindi meno fondamentali), e anche questo deve poter essere spiegato. In altre parole, non solo non si possono avere stati che siano congiuntamente massimamente *localizzati* in posizione e quantità di moto, ma nella maggior parte delle situazioni di interesse fisico non si possono nemmeno avere stati che siano congiuntamente massimamente *delocalizzati* in posizione e quantità di moto.

2.5 Indistinguibilità quantistica

L'indistinguibilità quantistica è l'impossibilità di differenziare delle entità quantistiche identiche. Ciò significa che in un sistema multipartito formato da N entità identiche e indistinguibili, nessuna osservabile può consentire di rivelare se due entità sono state permutate nel sistema, nemmeno in linea di principio. Di conseguenza, solo degli *operatori hermitiani simmetrici*, che commutano con tutte le possibili permutazioni, possono descrivere le osservabili.

In meccanica quantistica esistono due tipologie di entità fondamentalmente indistinguibili:

(1) *fermioni*, con spin frazionario, che obbediscono al principio di esclusione di Pauli, i cui stati sono antisimmetrici rispetto alle permutazioni;
(2) *bosoni*, con spin intero, che non obbediscono al principio di esclusione di Pauli, i cui stati sono simmetrici rispetto alle permutazioni.

Quando formano degli insiemi, i fermioni non vengono conteggiati allo stesso modo dei bosoni, proprio perché i primi obbediscono al *principio di esclusione di Pauli*, mentre i secondi no. Più precisamente, i fermioni obbediscono alla *statistica di Fermi-Dirac* (Fermi 1926, Dirac 1926), mentre i bosoni alla *statistica di Bose-Einstein* (Bose 1924, Einstein 1924). Le entità classiche, invece, essendo in linea di principio distinguibili, i loro raggruppamenti non sono invarianti per permutazione e obbediscono alla storica *statistica di Maxwell-Boltzmann* (Maxwell 1860, Boltzmann 1877); si veda la Figura 6.

Qual è dunque il mistero dell'indistinguibilità quantistica? Non certo il fatto che non esisterebbero delle entità fisiche identiche. Non dobbiamo confondere la nozione di *identicità* con quella di *indistinguibilità*. La seconda richiede la prima, ma non il contrario. Due entità si dicono identiche se hanno le stesse proprietà intrinseche. Ad esempio, due elettroni sono identici perché hanno la stessa carica elettrica, la stessa massa a riposo, lo stesso spin frazionario di valore $1/2$, ecc. Ma essere identici non significa essere indistinguibili. Prima dell'avvento della meccanica quantistica, due corpuscoli classici, come due elettroni, erano considerati identici ma comunque distinguibili, ad esempio perché si potevano usare le loro traiettorie per distinguerli. Le entità quantistiche, invece, non essendo spaziali, non si possono distinguere usando le traiettorie. Ciò potrebbe forse significare che il mistero dell'indistinguibilità quantistica sia lo stesso della non-spazialità quantistica? Non esattamente.

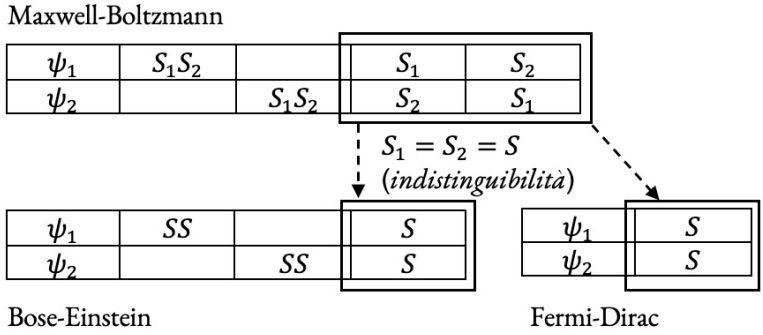

Figura 6 Se due entità, S_1 e S_2, possono trovarsi unicamente in due stati differenti, ψ_1 e ψ_2, allora, se considerate come un sistema, gli stati in cui questo può trovarsi dipendono dal fatto che le due entità siano distinguibili (modo di contare di Maxwell-Boltzmann) o indistinguibili. In quest'ultimo caso, un'ulteriore distinzione è se S_1 e S_2 possono trovarsi nello stesso stato (modo di contare di Bose-Einstein) o meno (modo di contare di Fermi-Dirac).

L'indistinguibilità per mancanza di traiettoria non implica che due entità quantistiche identiche non possano essere distinte: significa semplicemente che non si dispone di una nozione di traiettoria per farlo. Ciò non esclude, tuttavia, la possibilità di distinguere delle entità identiche con altri mezzi. In altre parole, l'indistinguibilità per mancanza di traiettoria è una condizione necessaria ma non sufficiente per dedurre l'indistinguibilità quantistica, che è un'affermazione più forte. In altre parole, l'indistinguibilità quantistica non è equivalente alla non-spazialità quantistica, anche se l'indistinguibilità quantistica implica la non-spazialità quantistica, così come la spazialità implica la distinguibilità.

Qual è allora il mistero specifico dell'indistinguibilità quantistica? È il fatto che due entità quantistiche identiche, quando sono veramente indistinguibili, possono comunque rimanere delle entità individuali. Questo sembra contraddire *il principio ontologico di Leibniz* dell'identità degli indiscernibili, secondo il quale non esistono due entità distinte che si equivalgano esattamente in tutte le loro proprietà (intrinseche e accidentali). Si potrebbe obiettare che il

principio di Leibniz non è però violato dai fermioni, a causa del principio di esclusione di Pauli, ma anche in questo caso, se si vogliono attribuire degli stati individuali a, per esempio, due elettroni in uno stato (entangled) antisimmetrico, l'unico modo per farlo è generalizzare la nozione di stato per includere anche gli operatori di densità. Ma poi si scopre che i due elettroni, nonostante il principio di esclusione, si trovano esattamente nello stesso stato-operatore; quindi, sono due entità identiche e realmente indistinguibili (e non un'unica entità, come richiederebbe il principio di Leibniz). Lo stesso vale ovviamente per i bosoni, in modo ancora più evidente, in quanto per essi non vale nemmeno il principio di Pauli (de Ronde & Sassoli de Bianchi 2019).

Riassumendo, il vero mistero dell'indistinguibilità quantistica sta nel fatto che si possono avere sistemi compositi, formati da entità veramente indistinguibili, che tuttavia riescono a rimanere una collettività di individui. Lo sappiamo perché alcune delle loro proprietà intrinseche sono *estensive*. Se abbiamo un sistema di N elettroni e possiamo misurare la sua carica elettrica totale, scopriremo che è Ne e non e. Sappiamo quindi che il sistema è realmente formato da molte entità e non da una singola entità. Ma quando osserviamo il loro comportamento statistico complessivo, sappiamo anche che sono davvero impossibili da distinguere l'una dall'altra, anche in linea di principio (a meno che non si usi qualche mezzo specifico per forzare una distinzione).

Si assiste così alla possibilità (impossibile per delle entità spaziotemporali) di *essere molteplici e allo stesso tempo autenticamente indistinguibili*, e questo è l'enigma che l'indistinguibilità quantistica ci chiede di risolvere.

3 Una nuova ontologia e metafisica

Dopo aver spiegato in dettaglio quali sono i principali misteri quantistici, è il momento di introdurre la nuova ontologia e metafisica che ci permetterà di risolverli e trasformare la meccanica

quantistica in una teoria di facile comprensione, senza per questo togliere nulla della sua profondità e dello stupore che suscita in chi riflette a fondo sul suo contenuto.

Per spiegare come è nata questa nuova ontologia e metafisica, è utile ricordare brevemente come è nata la meccanica quantistica. Come è noto, all'inizio del XX secolo l'intero edificio della fisica classica fu scosso da numerosi nuovi risultati sperimentali, impossibili da spiegare con le teorie fisiche disponibili, come la radiazione termica del corpo nero, l'effetto fotoelettrico, gli spettri atomici, solo per citare i più importanti. Per affrontare questi risultati inattesi, alcuni brillanti scienziati idearono un edificio teorico completamente nuovo. Inizialmente furono sviluppate due linee di indagine, una basata sull'*algebra delle matrici*, iniziata da Werner Heisenberg, e l'altra basata sulle *equazioni differenziali*, iniziata da Erwin Schrödinger. Queste due linee, sebbene apparentemente molto diverse, trovarono un punto di contatto sotto la guida di Paul Dirac (1930) e John von Neumann (1932), che le fecero convergere verso uno schema unitario molto generale, che utilizza la matematica degli *spazi di Hilbert* e degli *operatori lineari autoaggiunti*.

Questi sviluppi si rivelarono estremamente positivi, ma c'era un problema. Nonostante il nuovo formalismo fosse altamente predittivo ed estremamente preciso nel rendere conto di tutti i nuovi dati raccolti nei laboratori, rimaneva poco chiaro il suo significato, tanto che oggi siamo ancora qui, più di novant'anni dopo l'enunciazione completa della meccanica quantistica standard, a fare congetture su come dovrebbe essere interpretata. In retrospettiva, possiamo affermare che una delle difficoltà iniziali nell'elaborare il nuovo formalismo quantistico hilbertiano è stata quella di riconoscere che si trattava essenzialmente di una teoria probabilistica, quando corredata della regola di Born (Born 1926), deducibile dal celebre teorema di Gleason (Gleason 1957), e che il modello probabilistico quantistico era molto diverso da quello classico, assiomatizzato da Andrey Kolmogorov (1933) intorno agli stessi anni in cui anche von Neumann proponeva un'assiomatizzazione

della meccanica quantistica.

Mutatis mutandis, una situazione simile si è verificata in un campo di indagine molto diverso: la *psicologia* e l'*economia*. Per molto tempo, infatti, le teorie che prevedevano la modellazione di collettività di agenti umani consideravano questi ultimi come entità che si comportavano in modo puramente razionale. Si trattava, ad esempio, dei consumatori, o delle imprese in un mercato libero, che si presumeva massimizzassero sempre, con le loro decisioni, ogni tipo di utilità. Alcuni fanno risalire questa ipotesi allo stesso Aristotele, quando sottolineava che la razionalità è l'attributo fondamentale che differenzia gli esseri umani dagli animali. Il problema è che con il passare del tempo questa osservazione si è trasformata nel pregiudizio che gli esseri umani sarebbero sempre razionali, quando prendono delle decisioni, mentre la verità è che, sebbene possano certamente essere razionali, quando si sforzano a sufficienza, raramente lo sono in pratica.

Questo è stato fortemente sottolineato nel lavoro di Amos Tversky e Daniel Kahneman, i quali hanno esplorato numerosi aspetti della psicologia delle *scelte e credenze intuitive* (Kahneman 2003) e della *razionalità limitata* ad esse associata (Simon 1955). In altre parole, nel corso degli anni si è accumulata una grande quantità di dati che descrivono ogni tipo di situazione cognitiva relativa ai processi decisionali umani e, analogamente alla situazione dei fisici prima della rivoluzione quantistica, anche gli psicologi teorici e gli economisti si sono trovati di fronte a risultati di ogni tipo che apparivano fondamentalmente inconciliabili con i modelli probabilistici classici dell'agente razionale, basati sulle probabilità kolmogoroviane e sull'algebra di Boole, che è l'algebra della logica e della razionalità.

In altre parole, come per le entità quantistiche, il cui comportamento sembrava impossibile da comprendere, si riteneva che non si potesse trovare alcuna coerenza nella parte irrazionale della mente umana, governata da processi subconsci, istintivi, associativi, intuitivi e simili. Ma le cose sono cambiate radicalmente quando

alcuni fisici, circa due decenni fa, hanno avuto l'idea di provare a modellizzare le *entità di significato* come se fossero delle entità quantistiche. Più precisamente, l'idea era quella di utilizzare il formalismo matematico della teoria quantistica come *modello probabilistico non-kolmogoroviano* per rendere conto, in modo generale e basato su principi, di tutti i tipi di situazioni cognitive che altrimenti sarebbero state impossibili da spiegare in modo non-ad hoc, utilizzando modelli di probabilità classici.

Da questi studi è emerso un nuovo campo di indagine, oggi chiamato *cognizione quantistica*, che ha visto la luce negli anni Novanta del secolo scorso, grazie alle intuizioni sviluppate nel nostro gruppo di Bruxelles (Aerts & Aerts 1995, Aerts et al. 1999, Gabora e Aerts 2002, Aerts e Gabora 2005a,b) e grazie al lavoro di altri pionieri, come Andrei Khrennikov (1999) e Harald Atmanspacher et al. (2002). Da allora, sono stati ottenuti risultati davvero significativi nella modellizzazione degli errori di valutazione probabilistica e decisionali degli esseri umani e, più in generale, nella rappresentazione della conoscenza e del significato; si veda ad esempio Busemeyer & Bruza (2012) e i riferimenti ivi citati. Parallelamente, intuizioni simili sono state ottenute nel campo correlato dell'*information retrieval*, cioè del reperimento dell'informazione (Aerts & Czachor 2004, Rijsbergen 2004, Widdows 2004), anche in relazione al problema di trovare un modo per modellizzare il livello del significato, in particolare quello contenuto nei documenti scritti, e anche in questo caso sono stati ottenuti risultati promettenti utilizzando numerose nozioni derivate dal formalismo quantistico; si veda ad esempio Melucci (2015) e i riferimenti ivi citati.

Ci porterebbe troppo lontano dallo scopo di questo articolo fare l'esegesi delle numerose intuizioni e sviluppi che hanno portato alla modellizzazione di ogni tipo di situazione cognitiva, utilizzando le diverse nozioni quantistiche e la potenza della matematica quantistica. Ciò che vale la pena sottolineare, tuttavia, è che ci sono state due principali strategie di modellazione. Una, probabilmente la

più diffusa oggi, consisteva nell'utilizzare gli stati vettoriali quantistici per descrivere le credenze soggettive delle persone che rispondevano a specifiche situazioni cognitive. L'altra, che fin dall'inizio è stata adottata nel nostro gruppo e che riteniamo essere in un certo senso più fondamentale, è quella di utilizzare gli stati quantistici per descrivere i *modi di essere* delle entità concettuali stesse, da intendersi come entità che veicolano specifici significati (siano essi attuali o potenziali).

Di conseguenza, nel nostro approccio gli agenti umani che partecipano ai test cognitivi sono considerati operare come dei *contesti* per le diverse entità concettuali, sensibili al significato che queste veicolano, e a seconda della progettazione degli esperimenti, questi contesti potranno essere deterministici o indeterministici. Ciò significa che le credenze soggettive sono considerate essere parte delle *interazioni guidate dal significato* che emergono tra le situazioni concettuali e i partecipanti umani che reagiscono e prendono decisioni in merito a tali situazioni (Aerts et al. 2016, 2018a).

Ora, questa inaspettata scoperta che la meccanica quantistica si prestava molto bene alla costruzione di una teoria qualitativa e quantitativa dei concetti umani e delle loro combinazioni, nonché delle loro interazioni con le menti umane, ha portato uno degli autori a un'ipotesi decisamente audace, inizialmente formulata nella forma di una domanda (Aerts 2009):

Se la meccanica quantistica, come formalismo, modellizza così bene i concetti umani, forse questo indica che le entità quantistiche sono esse stesse delle entità concettuali?

Alla base di questa domanda c'era l'idea che forse non è una coincidenza che il formalismo matematico della meccanica quantistica sia così adatto a descrivere numerosi aspetti dell'attività cognitiva umana. Ciò potrebbe avvenire proprio a causa della natura delle entità microfisiche. Più precisamente, l'interpretazione concettualistica introduce l'ipotesi che esista nella nostra realtà una dualità possibilmente fondamentale: da un lato, ci sono le entità

simboliche che formano i linguaggi, i cosiddetti *concetti*, che attraverso le loro combinazioni sono in grado di veicolare significato e anche di creare nuovo significato; dall'altro, ci sono le *entità cognitive*, le menti, sensibili al livello del significato, che comunicano interagendo con le entità concettuali che formano i loro linguaggi.

In altre parole, l'interpretazione concettualistica prevede che (Aerts 2009, 2010a,b, 2013, 2014, Aerts & Sassoli de Bianchi 2018, Aerts et al. 2020, Aerts & Beltran 2020, Aerts et al. 2024b,c):

(1) le entità microfisiche sono di natura concettuale, mentre le entità costituite di materia ordinaria sono di natura cognitiva;
(2) la dualità mente-linguaggio del dominio culturale umano rispecchia la dualità fermione-bosone del dominio fisico, nel senso che bosoni e fermioni sono entità appartenenti a un dominio culturale più antico, dove i bosoni sono i costituenti naturali dei linguaggi e i fermioni sono i costituenti naturali delle strutture cognitive.

In altre parole, la nuova ontologia afferma che esistono due tipi fondamentali di entità: quelle concettuali, portatrici di significato (e i bosoni sarebbero il loro archetipo) e quelle cognitive, sensibili al significato, e i fermioni, quando formano dei macro-aggregati, sarebbero il loro archetipo). Pertanto, la nuova metafisica afferma che la natura della nostra realtà fisica è quella di una *dualità di concetti e menti* che si sono evoluti in modo simbiotico. Se questo è corretto, allora, citando da (Aerts & Sassoli de Bianchi 2018):

> [...] qualcosa di simile a ciò che è avvenuto nel nostro macromondo umano, con gli individui che utilizzano i concetti e le loro combinazioni per comunicare, potrebbe essere già avvenuto e continuare ad avvenire, mutatis mutandis, nel micromondo, con gli enti fatti di materia ordinaria che comunicano e co-evolvono grazie a una comunicazione che utilizza un linguaggio fatto di concetti e combinazioni di concetti che sono precisamente gli enti quantistici e le loro combinazioni.

Per questo motivo, il nostro universo sarebbe fondamentalmente *pancognitivista*, nel senso che tutto in esso *parteciperebbe alla cognizione*, di cui la cognizione umana sarebbe solo un episodio molto recente, espresso a un livello organizzativo molto specifico.

4 Spiegare i misteri quantistici

Nella Sezione 2 abbiamo identificato cinque principali misteri quantistici. In questa sezione li esaminiamo uno per uno utilizzando l'interpretazione concettualistica, cioè adottando l'ontologia e la metafisica che abbiamo introdotto nella sezione precedente.

4.1 Spiegare la sovrapposizione quantistica

Nella sezione 2.1, abbiamo affermato che il vero mistero della sovrapposizione quantistica si manifesta quando questa riguarda delle proprietà spaziali mutuamente esclusive, come nel caso di due stati che esprimono la localizzazione di una microentità in due regioni dello spazio separate e distanti tra loro. Poiché tale entità non può essere descritta coerentemente come qualcosa di diffuso nello spazio, lo stato di sovrapposizione descrive necessariamente una situazione di proprietà spaziali non attualizzate, cioè uno *stato non-spaziale*. Sorge quindi la domanda: "Cosa significa essere in uno stato non-spaziale?". La risposta è: "Significa che dobbiamo astenerci dall'imporre una *visione oggettuale* a un'entità quantistica". In poche parole, una microentità quantistica, se può trovarsi in uno stato non-spaziale, è perché non è una particella, non è un'onda e non è un campo (Sassoli de Bianchi 2013). Citando Jean-Marc Lévy-Leblond (2018):

> Oggi bisogna rendersi conto [...] che la teoria quantistica esiste e che i suoi concetti, dopo un secolo di pratica collettiva, sono profondamente radicati nell'attuale senso comune dei fisici professionisti. Questi concetti non devono più essere affrontati a partire da quelli classici, ma possono – e dovrebbero – essere accettati per quello che sono. Questa comprensione intrinsecamente

> quantistica porta a riconoscere che gli oggetti della fisica quantistica non sono né onde né particelle, come la dualità vorrebbe farci credere; non sono né onde né particelle, pur manifestando, in circostanze molto particolari, due tipi di comportamento limite come onde (classiche) o particelle (classiche) [...]. È stato proposto di sottolineare questo punto ontologico chiamandoli "quantoni".

L'idea di utilizzare un nuovo termine per designare le entità quantistiche microscopiche è certamente utile per evitare la confusione di associarle a nozioni spaziali inadeguate, di tipo corpuscolare o ondulatorio, o addirittura a una nozione di campo con proprietà spaziali ben definite. Tuttavia, l'introduzione di un nuovo termine non contribuisce certo a chiarire la natura del *quantone* appena battezzato. L'interpretazione concettualistica, invece, fornisce una risposta semplice e diretta: *un quantone è un'entità concettuale*. Non un concetto umano, ma un'entità che condivide con i concetti umani una *natura concettuale* simile, così come un'onda acustica condivide con un'onda elettromagnetica una *natura ondulatoria* simile, pur rimanendo entità molto diverse tra loro.

Se quanto sopra è vero, allora il mistero della non-spazialità scompare, così come non c'è alcun mistero nell'osservare che, ad esempio, la lingua italiana o la lingua olandese (le due lingue madri parlate dagli autori) sono delle entità non-spaziali. Provate a chiedervi dove si trovano. Si potrebbe essere tentati di rispondere che sono come delle entità spazialmente estese, che si trovano in luoghi come libri e riviste italiane o olandesi, film italiani o olandesi, e là dove le persone le usano per comunicare. Questa, però, sarebbe una risposta sbagliata. Infatti, confonde un'entità con le tracce che essa può lasciare nei diversi substrati del nostro teatro spaziotemporale. Questo esempio delle lingue, come entità la cui non-spazialità è evidente a tutti, mostra anche la complessità che tali entità possono generare. Molto spesso, infatti, si ricorre a una terza lingua, come l'inglese, quando due persone che si rifanno a due lingue diverse, come l'italiano e l'olandese, hanno bisogno di comunicare, come gli autori possono attestare.

Per chiarire questo punto fondamentale, si consideri l'esperimento della doppia fenditura (si veda la Figura 1). Quando un fotone lascia una traccia sullo schermo rivelatore, tale traccia non va confusa con il fotone stesso, che tra l'altro di solito non esiste più una volta assorbito dallo schermo. Similmente, c'è un aspetto di un *linguaggio*, in quanto *entità concettuale*, che è puramente astratto, quindi non-spaziale, che è diverso da tutte le tracce che tale entità astratta può lasciare sui diversi supporti disponibili, compresi i cervelli e le menti degli esseri umani che lo usano. Possiamo facilmente capire che questo aspetto astratto di un linguaggio, non contenuto nelle sue possibili spazializzazioni, è ciò che solitamente chiamiamo *significato*. Ad esempio, la comunicazione in inglese tra un madrelingua italiano e un madrelingua olandese utilizza tre lingue diverse, di cui solo quella inglese è padroneggiata da entrambi gli interlocutori, ma il significato della loro comunicazione, veicolato dalla spazializzazione inglese, appartiene a questo aspetto più astratto del linguaggio umano, che è quasi totalmente indipendente dal fatto di essere espresso in una lingua specifica.

Ora, la teoria scientificamente più accreditata sulle origini evolutive del linguaggio umano parte dall'ipotesi che sia esistito prima il linguaggio dei segni e che il linguaggio parlato sia emerso attraverso una lenta trasformazione dei gesti, inizialmente compiuti con le mani e altre parti del corpo, in movimenti interni della bocca e della gola, della laringe, con l'emissione di suoni in cui il *significato*, inizialmente *spazializzato* e *codificato* nei gesti, è stato poi trasferito su un altro supporto spaziale: quello delle onde sonore. La scrittura, un ulteriore e diverso supporto spaziale, è arrivata più tardi, ma sempre con lo stesso scopo originario di permettere lo scambio di significati tra le menti umane.

Una parola è generalmente considerata come già appartenente a una lingua specifica, e in questo senso soggetta a una prima forma di spazializzazione, anche se in questa fase non è ancora implicato uno spazio in senso stretto. Tuttavia, quando analizzeremo, nella Sezione 4.4, come si comporta in un linguaggio l'elemento connetivo "e"

della congiunzione, a differenza dell'elemento connettivo "o" della disgiunzione, vedremo che la formazione di una struttura spaziale primitiva è di fatto già presente. Utilizziamo qui la nozione di *concetto*, distinguendola da quella di *parola*, quando ci riferiamo a un'entità che è portatrice di significato indipendentemente dalle parole che, nelle diverse lingue, sono anch'esse portatrici di tale significato. I concetti, in questo senso, vanno intesi come i costituenti del livello più astratto del linguaggio umano. Per esempio, oltre alle parole *arbitrario*, in italiano, *willekeurig*, in olandese, e *arbitrary*, in inglese, esiste anche il *concetto di arbitrarietà*, che porta con sé il significato che ciascuna delle parole sopra citate porta con sé, ma indipendentemente dalla spazializzazione promossa da una lingua specifica. Poi, altre possibili spazializzazioni consistono nel passaggio da una parola in una determinata lingua a, per esempio, l'espressione orale di tale parola, o la sua scrittura su un determinato supporto materiale. Ed è in quest'ultimo processo che il mondo concettuale umano "tocca" il mondo concettuale materiale, come spiegheremo sempre nella sezione 4.4.

Una particolarità è che esiste un gran numero di lingue le cui spazializzazioni, sia in forma parlata che scritta, sono tutte molto diverse tra loro, così che una persona che padroneggia la spazializzazione di una di esse, la cosiddetta lingua madre, sarà in grado di padroneggiare le altre spazializzazioni solo attraverso un lungo apprendimento, e mai spontaneamente, anche se tutte queste lingue diverse trasmettono essenzialmente lo stesso significato. Un'ipotesi che cerca di spiegare questo graduale trasferimento dei gesti originari del corpo all'interno della bocca, ritiene che il linguaggio sia stato utilizzato anche per comunicare in modo più discreto e segreto, come strumento di discriminazione. La drammatica storia della Torre di Babele, nella Bibbia, è forse un riflesso di questo periodo in cui il linguaggio divenne uno strumento di separazione tra diversi gruppi della specie umana, che divennero mutuamente incomprensibili. Questa riflessione storico-evolutiva sul linguaggio umano è particolarmente interessante per l'interpretazione concettualistica, la

cui motivazione principale risiede, appunto, nel tentativo di comprendere le ragioni della nostra incapacità di comprendere la meccanica quantistica. Quanto abbiamo detto a proposito del linguaggio umano può infatti metterci in guardia sul fatto che, così come non padroneggiamo le spazializzazioni delle lingue che non parliamo, è soprattutto con gli elementi spazializzati della realtà quantistica che veniamo confrontati sperimentalmente. Possiamo quindi ipotizzare che questa spazializzazione, corrispondente a un linguaggio per noi non nativo, contenga una parte di specificità che, in qualche modo, vela il *significato* che i pezzi di materia fermionica comunicano tra loro, attraverso il linguaggio quantistico.

Detto questo, sempre a proposito della distinzione cruciale tra un'entità concettuale portatrice di significato e le tracce che essa può lasciare su diverse tipologie di supporti spaziotemporali, in Aerts et al. (2018a) abbiamo scritto quanto segue, in relazione ai corpora di documenti scritti che costituiscono il World Wide Web:

> [...] dobbiamo innanzitutto chiarire la distinzione tra due tipi di Web: il Web standard (spaziale), fatto di pagine web vere e proprie, formate da specifiche collezioni di lettere e parole, stampate su carta o codificate nelle memorie dei computer, e l'"entità di significato' che possiamo associare ad esso, formata da concetti esistenti in diverse combinazioni, che è l'oggetto della nostra modellizzazione. Questa entità (non-spaziale) di significato/concettuale, che chiameremo semplicemente il QWeb (cioè il 'Quantum Web'), è ovviamente intimamente legata al Web standard, nello stesso modo in cui un concetto, ad esempio il concetto di *frutta*, è intimamente legato alle diverse parole stampate che possono essere usate per indicarlo.

Quindi, se un'entità quantistica è un'entità concettuale, portatrice di significato, cioè un'entità della stessa natura di un concetto umano, che è molto diversa da una parola stampata di quel concetto, o da un testo completo scritto per spiegarne il significato (si pensi al testo che spiega una data parola in un vocabolario), diventa molto chiaro, se non evidente, perché non possa essere un'entità spaziale. Si consideri la differenza tra queste due frasi: "In questo momento Massimiliano

è in visita a Diederik a Bruxelles" e "In questo momento Massimiliano è in visita a Diederik a Bruxelles oppure è a casa sua a Lugano". Se la prima frase descrive uno stato localizzato a Bruxelles dell'entità concettuale *Massimiliano* (da non confondere con il corpo di Massimiliano), quindi non uno stato di sovrapposizione spaziale, la seconda descrive uno stato di sovrapposizione di due stati di *Massimiliano* che sono spazializzati. E naturalmente, nel regno concettuale, questi stati non presentano alcun mistero. Quindi, se le entità quantistiche sono di natura concettuale, né la loro non-spazialità né i loro stati di sovrapposizione dovrebbero presentare alcun mistero. Certo, restano per noi qualcosa di sorprendente, dati i pregiudizi storici che ci portano a considerare come esistente solo ciò che esiste come oggetto, nel senso di un'entità permanentemente presente nello spazio e nel tempo.

La spiegazione di cui sopra diventa molto più convincente quando si dimostra che gli effetti di interferenza, derivanti dall'esistenza di stati di sovrapposizione, come nei tipici esperimenti della doppia fenditura, possono essere facilmente spiegati utilizzando l'interpretazione concettualistica (Aerts et al. 2020, Sassoli de Bianchi & Sassoli de Bianchi 2025), anche perché effetti simili possono essere evidenziati ugualmente nel dominio concettuale umano.

Si consideri ad esempio uno studio di James Hampton (1988), in cui i partecipanti sono stati sottoposti ai seguenti 24 esemplari di frutta e verdura (si veda la Figura 7): (1) *Mandorla,* (2) *Ghianda,* (3) *Arachide,* (4) *Oliva,* (5) *Cocco,* (6) *Uvetta,* (7) *Sambuco,* (8) *Mela,* (9) *Senape,* (10) *Grano,* (11) *Radice di zenzero,* (12) *Peperoncino,* (13) *Aglio,* (14) *Funghi,* (15) *Crescione,* (16) *Lenticchie,* (17) *Pepe verde,* (18) *Igname,* (19) *Pomodoro,* (20) *Zucca,* (21) *Broccoli,* (22) *Riso,* (23) *Prezzemolo,* (24) *Pepe nero*. Più esattamente, sono stati sottoposti a tre diverse situazioni interrogative, simili a delle misure. È stato chiesto loro, rispetto all'insieme di esemplari di cui sopra, di:

(1) scegliere un tipico esemplare di *Frutta*;
(2) scegliere un tipico esemplare di *Verdura*;

(3) scegliere un tipico esemplare di *Frutta o verdura*.

Figura 7 (a colori online). Rappresentazione dei 24 esemplari di frutta e verdura utilizzati nello studio di Hampton del 1988.

In queste tre diverse situazioni, sono state calcolate le frequenze relative con cui sono stati selezionati i diversi esemplari, corrispondenti alle probabilità sperimentali che un soggetto umano, posto di fronte a queste tre situazioni, scelga quegli specifici esemplari. Senza entrare nei dettagli, ricordiamo solo che i valori delle probabilità ottenute erano impossibili da comprendere sulla base di ragionamenti puramente classici. Ad esempio, la terza situazione non poteva essere intesa come una sorta di media delle prime due. Questo perché le probabilità di alcuni esemplari erano troppo fortemente *sovraestese* rispetto ai valori medi attesi, mentre altre erano troppo fortemente *sottoestese*.

Questi effetti cognitivo-concettuali di sovraestensione e sottoestensione sono ciò che in fisica si è soliti descrivere come *effetti di interferenza costruttiva* e *distruttiva*. In altre parole, degli effetti di interferenza si manifestano quando i concetti vengono combinati (in questo caso, si tratta della combinazione del concetto *Frutta* con il concetto *Verdura* nella frase disgiuntiva *Frutta o verdura*), poiché le combinazioni concettuali sono come degli stati di sovrapposizione. Questo può essere evidenziato in modo molto convincente quando

le sovraestensioni e le sottoestensioni vengono modellizzate e analizzate utilizzando il formalismo hilbertiano della meccanica quantistica. Nel caso in questione, la descrizione è equivalente a quella di un esperimento a doppia fenditura, con la situazione (1) corrispondente al caso in cui solo la prima fenditura è aperta (la fenditura *Frutta*), la situazione (2) al caso in cui solo la seconda fenditura è aperta (la fenditura *Verdura*) e la situazione (3) al caso in cui entrambe le fenditure sono aperte (Aerts, 2009, Aerts & Sassoli de Bianchi 2017b).

In particolare, utilizzando funzioni d'onda bidimensionali in grado di predire correttamente (tramite la regola di Born) le probabilità degli esiti nelle situazioni (1) e (2), e costruendo poi un'opportuna sovrapposizione normalizzata di esse, in grado di prevedere anche le probabilità della situazione (3), si ottiene un complesso schema di interferenza che ricorda quelli ottenuti nei fenomeni di *birifrangenza*; si veda la Figura 8.

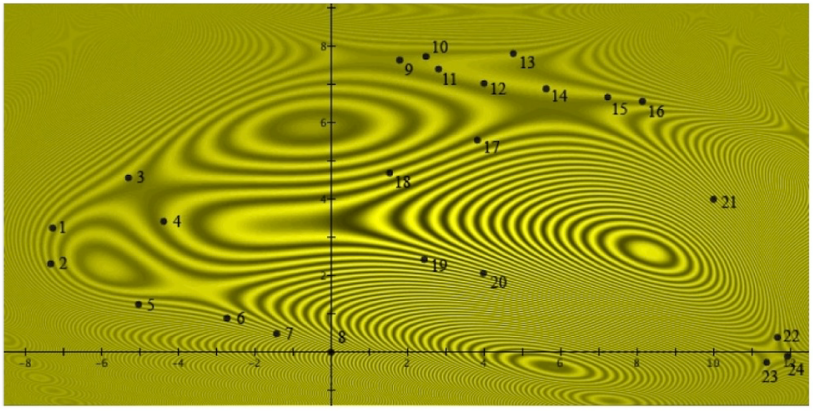

Figura 8 (a colori online). Quando modellizzati usando il formalismo quantistico, gli effetti di sovraestensione e sottoestensione delle probabilità osservate da Hampton (1988), nella situazione (3) in cui si chiedeva ai partecipanti di scegliere un tipico esemplare di *Frutta o verdura*, danno luogo a un particolare modello di interferenza sullo *schermo* bidimensionale *degli esemplari*. I dati sono stati qui inseriti in una funzione d'onda bidimensionale, $\psi_{(3)}(x,y) = [\psi_{(1)}(x,y) + \psi_{(2)}(x,y)]/\sqrt{2}$, ottenuta sovrapponendo le gaussiane, $\psi_{(1)}(x,y)$ e $\psi_{(2)}(x,y)$, che modellizzano i

dati associati alle situazioni (1) e (2), rispettivamente. Le probabilità dei diversi esiti possibili sono state ottenute tramite la regola di Born, cioè come modulo quadratico della funzione d'onda, $\left|\psi_{(3)}(x,y)\right|^2$. Nella figura, le regioni più luminose sono quelle a più alta probabilità (Aerts, 2009).

4.2 Spiegare la misura quantistica

Nella Sezione 2.2, abbiamo osservato che una *misura quantistica* è come un processo di rottura ponderata di simmetria e che il suo mistero è in parte legato al fatto che, da un lato, richiede l'esistenza di stati di sovrapposizione non-spaziali e, dall'altro, richiede di comprendere la natura delle fluttuazioni incontrollabili che trasformerebbero tali stati non-spaziali in stati spaziali (nel caso in cui le misure riguardino delle proprietà di localizzazione spaziale), e c'è anche la questione di capire perché tutto questo sarebbe governato dalla regola di Born.

Abbiamo già considerato la questione della sovrapposizione e della non-spazialità nella sezione precedente. Per quanto riguarda la seconda questione, l'origine della regola di Born, anche in questo caso l'interpretazione concettualistica offre una risposta molto chiara. Infatti, nell'ambito del suo paradigma, uno strumento di misura, essendo un oggetto materiale macroscopico costituito per lo più da fermioni, è da interpretare come entità cognitiva. Quindi, un processo di misura quantistica va interpretato come un *processo cognitivo interrogativo* e spiegato facendo riferimento a ciò che tipicamente accade durante un processo di questo tipo.

Naturalmente, bisogna distinguere il processo interrogativo dello sperimentatore dal processo interrogativo di cui farebbe parte lo strumento di misura in quanto tale. È facile confondere questi due livelli cognitivi. Il primo corrisponde alla domanda che lo sperimentatore si pone quando concepisce e realizza un determinato esperimento. I risultati che ottiene sono ovviamente le risposte alla sua domanda. Tuttavia, non è a ciò che fa riferimento l'interpretazione concettualistica, quando considera una misura quantistica come un processo cognitivo di tipo interrogativo. Più

precisamente, in una misura quantistica eseguita in laboratorio ci sono due entità cognitive: lo sperimentatore e lo strumento di misura. Entrambe sono sottoposte a dei processi interrogativi, ma non si tratta degli stessi processi, anche se sono certamente correlati. Lo sperimentatore, in un certo senso, utilizza lo strumento di misura per rispondere alla sua domanda sperimentale, che formula utilizzando il linguaggio umano. Anche la risposta che ottiene è formulata attraverso il linguaggio umano. Per esempio, in un dato esperimento, la domanda potrebbe essere (stiamo ovviamente semplificando): "Il fotone emesso dalla sorgente, dove si trova?". E quando sullo schermo rivelatore appare un segno (una traccia), lo sperimentatore ottiene la risposta che: "il fotone (prima di essere forse distrutto) si trovava dove è apparsa la traccia".

D'altra parte, lo schermo rivelatore, inteso come entità di tipo cognitivo in grado di comprendere il significato veicolato dal fotone, risponde a una domanda differente, che non può essere formulata nel nostro linguaggio umano. Quando usiamo il formalismo quantistico, in un certo senso ci avviciniamo al linguaggio che lo schermo rivelatore comprende, veicolato dal fotone, ma certamente rimane una traduzione, nel dominio simbolico umano, di qualcosa che è estremamente distante dalla nostra cultura umana. Ciò non significa, tuttavia, che non si possa tentare di approssimare il significato veicolato da tale comunicazione fotone-schermo; si veda, ad esempio, come l'esperimento della doppia fenditura è stato "tradotto" nel nostro linguaggio umano in Aerts et al. (2020), per dedurre lo schema (a frange) di risposte che tipicamente si ottiene. Qui dobbiamo sempre tenere presente il detto italiano "traduttore, traditore", e il fatto che noi umani non possiamo comunicare nemmeno con una formica. Ma possiamo certamente capire che le formiche comunicano, e anche se non comprendiamo le specificità del loro linguaggio, possiamo certamente osservare gli effetti pragmatici della loro comunicazione.

L'interpretazione concettualistica ritiene che possiamo fare lo stesso quando osserviamo il risultato dell'interazione tra entità

microscopiche e strumenti di misura. Non abbiamo bisogno di capire il significato (non-umano) che si stanno scambiando, ma possiamo comunque capire che stanno effettivamente scambiando un significato. Questa è in effetti l'ipotesi centrale dell'interpretazione concettualistica: che il formalismo quantistico sia un formalismo che noi umani abbiamo sviluppato per modellizzare, senza saperlo, delle entità di significato, ed è questo il motivo per cui si è rivelato così efficace anche nel modellizzare il dominio cognitivo umano.

Tornando al processo di misura quantistica, uno strumento di misura è come un'entità di tipo mentale che è costretta a rispondere a una determinata domanda. Ora, ci sono situazioni particolari in cui l'entità misurata si trova in un autostato della misura. Ciò corrisponde a una situazione cognitiva in cui la risposta alla domanda posta è predeterminata. Come quando si chiede a una persona se le piace la pizza o se le piacciono i waffle. La risposta a entrambe le domande (salvo anomalie) esiste ancor prima che le domande vengano formulate e poste. Quando, invece, l'entità misurata si trova in uno stato di sovrapposizione, ciò corrisponde alla situazione in cui a una persona viene posta una domanda che richiede di "prendere posizione" sul momento. Come quando a una persona che ha visto un determinato piatto solo una volta in foto, non avendolo mai assaggiato, viene chiesto se le piacerebbe mangiarlo. In questo caso possiamo facilmente capire che la risposta non è predeterminata e che nemmeno la persona che risponde alla domanda può prevedere in anticipo quale sarà la sua risposta. Sulla base di informazioni parziali, dovrà infatti concettualizzare la situazione in termini più astratti, quindi ipotizzare una possibile risposta concreta, cioè attualizzare una delle possibili risposte.

Il motivo per cui questo è rilevante per comprendere l'emergenza della regola di Born della meccanica quantistica è che si può facilmente comprendere che quando una persona è costretta a prendere posizione, rispondendo a una domanda su cui non ha mai riflettuto prima (quindi senza possedere tutti gli elementi per sapere

in anticipo quale sarà la risposta), nel momento in cui seleziona una possibile risposta ogni sorta di fluttuazione *intrapsichica* ed *extrapsichica* sarà implicata in tale processo di rottura (ponderata) di simmetria, durante il quale solo una tra le possibili risposte (potenziali) sarà attualizzata.

Più precisamente, nel processo di risposta si possono distinguere due fasi. In una prima fase, la persona avvicina il più possibile il significato della situazione al significato delle diverse risposte possibili. In questo modo, costruisce uno *stato di equilibrio mentale massimamente instabile*, cioè una *tensione* massimamente instabile formata dalle diverse connessioni di significato con le diverse risposte possibili, in competizione tra loro. A questo punto arriva la seconda fase: le più piccole fluttuazioni, cioè le più piccole perturbazioni nel processo valutativo, saranno in grado di rompere l'equilibrio (di *ridurre* la tensione) a favore di una delle connessioni in reciproca competizione, producendo così un risultato del tutto imprevedibile.

La descrizione sopra riportata di un processo mentale (da non confondere con il corrispondente processo cerebrale) è rilevante per spiegare ciò che accade dietro le quinte spazio-temporali di una misura quantistica, perché le probabilità quantistiche possono essere spiegate in termini di fluttuazioni che si attualizzano a livello delle interazioni tra lo strumento di misura e l'entità misurata, chiamate *hidden-measurements interactions* (interazioni di misura nascoste) (Aerts 1986, Aerts & Sassoli de Bianchi 2014, 2017b). In altre parole, uno strumento di misura, comportandosi come un'entità cognitiva, richiede l'esistenza di risposte concorrenti, quindi di un *equilibrio tensionale* crescente, che a sua volta richiede la possibilità di rompere la simmetria di tale equilibrio, quindi l'esistenza di un processo di rottura di simmetria, che a sua volta richiede la presenza di fluttuazioni (Aerts & Sassoli de Bianchi, 2015b,c).

Ma c'è di più. Quando il formalismo quantistico standard, in cui gli stati autentici sono rappresentati unicamente da *stati-vettore* (stati puri), viene esteso in un formalismo blocheano, in cui anche gli *stati-operatore* (operatori di densità) possono rappresentare gli stati

autentici, diventa possibile descrivere con precisione il processo in due fasi di cui abbiamo parlato sopra. Infatti, in questo formalismo esteso, che costituisce un completamento naturale del formalismo quantistico standard, compaiono strutture specifiche che descrivono con precisione le *regioni astratte di potenzialità* all'origine delle fluttuazioni e dei collassi. E si può allora spiegare un processo di misura come un processo a due stadi (anzi, a tre stadi, se si considerano anche gli esiti degeneri), dove nel primo stadio il punto che rappresenta lo stato all'interno della sfera di Bloch generalizzata si avvicina alla struttura che definisce l'equilibrio tensionale, producendo la cosiddetta *decoerenza* dello stato, e nello stadio successivo, quando l'equilibrio viene rotto, un processo irreversibile seleziona uno tra i possibili esiti. La bellezza di questa descrizione è che le strutture (geometriche) in questione, che sono dei *simplessi* inscritti nella *sfera di Bloch generalizzata*, permettono di prevedere con esattezza le probabilità della regola di Born, che quindi può essere derivata in modo non-circolare (Aerts & Sassoli de Bianchi 2014, 2017b); si vedano le Figure 9 e 10.

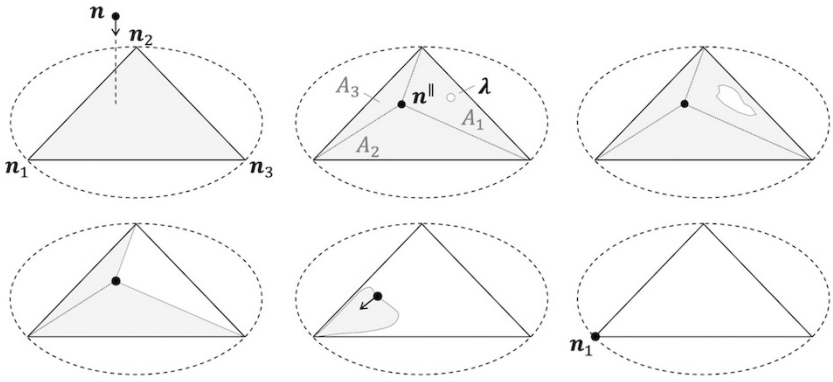

Figura 9 Lo svolgimento di un processo di misura quantistica, qui con tre esiti distinguibili, nella rappresentazione di Bloch estesa. La particella puntiforme rappresentativa dello stato, inizialmente situata nella posizione $\boldsymbol{n}$ sulla superficie della sfera di Bloch (qui 8-dimensionale), si avvicina alla regione di potenzialità (processo di decoerenza), che può essere descritta come una membrana elastica triangolare. Quando raggiunge il punto sulla membrana $\boldsymbol{n}^{\parallel}$, si crea uno stato di

equilibrio massimamente instabile, caratterizzato da linee di tensione tra le diverse risposte concorrenti: $\boldsymbol{n}_1$, $\boldsymbol{n}_2$ e $\boldsymbol{n}_3$. Queste linee di tensione definiscono tre sottoregioni distinte, A_1, A_2 e A_3, le cui aree relative sono date dalla regola di Born. Quando le fluttuazioni rompono l'equilibrio, ciò corrisponde a una disintegrazione della membrana in un punto imprevedibile $\boldsymbol{\lambda}$, che produce il collasso completo della sottoregione associata, qui A_1, facendole perdere due dei suoi punti di ancoraggio e attirando in questo modo la particella puntiforme verso la sua posizione finale, qui $\boldsymbol{n}_1$.

Non è lo scopo del presente articolo, che vuole rimanere accessibile a un ampio pubblico multidisciplinare di scienziati e filosofi, entrare nei dettagli matematici della suddetta rappresentazione. È tuttavia importante sottolineare che ciò che abbiamo appena delineato in termini qualitativi può essere espresso in un linguaggio matematico molto preciso e potente. Quindi, sebbene la soluzione a misure nascoste del problema della misura sia stata storicamente proposta a partire da considerazioni non direttamente legate all'interpretazione concettualistica, a posteriori possiamo dire che quest'ultima contiene al suo interno tutti gli elementi chiave in grado di condurre a tale soluzione.

Per rafforzare ulteriormente quest'ultima affermazione, cogliamo l'occasione per spendere qualche parola anche sulla nozione di *quantizzazione*, qui da intendersi nel senso storicamente attribuitole da Max Planck, nell'articolo che ha dato inizio alla vecchia teoria dei quanti (Planck, 1900). In effetti, la quantizzazione può anche essere compresa ragionando sul funzionamento della percezione umana (Aerts & Beltran 2022, Aerts & Aerts Arguëlles 2022). Si noti che, quando fu inizialmente identificata la struttura quantistica dei concetti umani (Aerts & Gabora 2005a,b), non si era ancora capito che in tutte le forme di percezione umana esiste un fenomeno riconducibile alla quantizzazione, che consiste in una sistematica *deformazione degli stimoli* da parte della percezione umana, detta *percezione categoriale* (Goldstone & Hendrickson 2010). L'intuizione circa la percezione categoriale, ampiamente studiata dagli scienziati cognitivi, è giunta a noi solo in tempi recenti, e la ragione di questo

ritardo è la parziale mancanza di comunicazione tra due sottogruppi di scienziati cognitivi: da un lato, quello che studia i concetti umani e, dall'altro, quello che studia la percezione umana.

L'effetto di deformazione dovuto alla percezione categoriale viene apparentemente preso in considerazione solo da quest'ultimo sottogruppo, come meccanismo cruciale che stabilisce cosa siano effettivamente le categorie o i concetti umani. Negli anni in cui abbiamo sviluppato la modellazione quantistica dei concetti umani (Aerts & Gabora 2005a,b) ci siamo basati principalmente sugli studi teorici e sperimentali del sottogruppo che studia i concetti (Smith & Medin 1981), dove l'effetto di deformazione della percezione categoriale non era preso in considerazione. Recentemente, tuttavia, ci siamo resi conto che questo meccanismo potrebbe spiegare l'emergenza dei quanti, fornendo ulteriori evidenze per il campo di ricerca della *cognizione quantistica* e accrescendo il potere esplicativo dell'interpretazione concettualistica.

Ma cos'è questo fenomeno della percezione categoriale e perché contiene una possibile spiegazione della quantizzazione? Come abbiamo detto, corrisponde a una *deformazione* (*warping*) che si verifica in tutte le forme di percezione umana tra, da un lato, quelli che gli psicologi chiamano gli *stimoli* e, dall'altro, i cosiddetti *percetti*, con cui designano *ciò che viene sperimentato* da chi percepisce. L'effetto di deformazione consiste nel percepire come più simili gli stimoli che rientrano in una stessa categoria e come più dissimili gli stimoli che rientrano in categorie diverse, dove "più simili" e "più dissimili" sono definiti rispetto a quanto simili o dissimili sono gli stimoli rispetto alla loro osservazione il più possibile oggettiva, e a quanto simili o dissimili sono i percetti rispetto all'esperienza del percettore. In altre parole, il *warping* fa sì che alcuni stimoli diventino percettivamente più distanti e altri più vicini, formando *dei quanti*, cioè dando luogo a un fenomeno di raggruppamento e discretizzazione.

Illustriamo il fenomeno con l'esempio della percezione dei colori, dal versante di chi percepisce, e del fenomeno fisico della

luce, caratterizzato da frequenze, dal versante degli stimoli [per un'analisi dettagliata di questo esempio si veda Aerts Arguëlles (2024)]. Le persone vedono i colori come sfumature di circa otto colori di base: *rosso*, *verde*, *giallo*, *blu*, *viola*, *rosa*, *arancione* e *grigio*. Questo è se non altro quanto emerge dalla ricerca, ma è anche noto che il numero di colori distinguibili dipende dalle culture umane e può variare da due a otto (Brent & Kay 1969). Alcune di queste sfumature sono considerate il miglior esempio del colore associato, e sono denominate *colori focali* (Brent & Kay 1969), o *colori prototipo* (Rosch 1973), e corrispondono a frequenze ben definite della radiazione elettromagnetica.

L'azione di deformazione della percezione categoriale, nel caso dei colori, significa che due frequenze diverse che sono entrambe percepite come, ad esempio, verde, quindi come sfumature di uno stesso colore, sono percepite come più simili rispetto a due frequenze diverse di cui una è percepita come verde e l'altra come, ad esempio, gialla, quindi come sfumature di due colori differenti, anche se la differenza di frequenza di entrambe le coppie è la stessa se misurata in un laboratorio di fisica. Si noti che il *warping* è una *contrazione* se le percezioni sono sfumature dello stesso colore, e una *dilatazione* se le percezioni sono sfumature di due colori diversi.

Questo meccanismo di percezione categoriale si ritrova anche nelle misure quantistiche, nel senso che sarebbero la decoerenza e il collasso di uno stato prima di una misura a produrre il fenomeno della percezione categoriale. In questa sede, ci limiteremo a fornire una breve indicazione del suo funzionamento, utilizzando un esempio semplice ma significativo, rimandando ad Arguëlles (2024) per i dettagli. Sarà anche l'occasione per spiegare come funziona la rappresentazione estesa di Bloch nel caso di un'entità bidimensionale, cioè di un *qubit*.

Per cominciare, dobbiamo determinare quali sono gli stimoli e i percetti nell'ambito di una misura quantistica. Tenendo presente l'interpretazione concettualistica, possiamo considerare una misura al pari di un processo cognitivo, per cui gli stimoli sono rappresentati

dagli stati-vettore (stati puri), mentre i percetti, visti come "immagini percepite" di questi stati puri, sono rappresentati dai corrispondenti stati-operatore (operatori di densità). Ora, come già accennato, nella modellizzazione estesa di Bloch di una misura quantistica (Aerts 1985, Aerts & Sassoli de Bianchi 2014, 2016), gli stati-operatore si ottengono quando si permette all'operatore di proiezione unidimensionale che descrive uno stato-vettore di *perdere coerenza*, cioè di perdere gli elementi non diagonali della sua matrice, quando si immerge nella sfera di Bloch per raggiungere il simplesso generato dagli stati post-misura. Il processo è descritto nella Figura 9 per il caso a 3 esiti. Si noti che la sfera di Bloch generalizzata è $(N^2 - 1)$-dimensionale per una misura con N esiti possibili; quindi, nel caso $N = 2$, è 3-dimensionale e il processo di misura può essere interamente visualizzato; si veda la Figura 10.

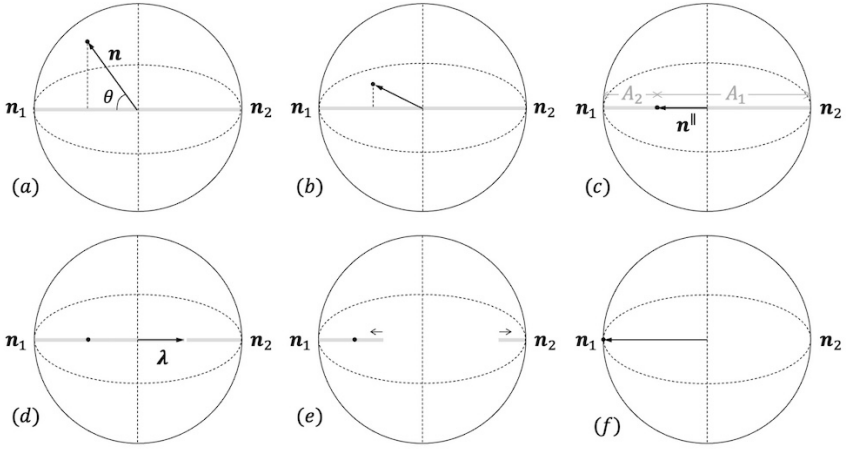

Figura 10 Lo svolgimento di un processo di misura quantistica, qui con due soli esiti possibili. La particella puntiforme rappresentativa dello stato, inizialmente situata nella posizione $\boldsymbol{n}$ sulla superficie della sfera di Bloch 3-dimensionale, si avvicina alla regione di potenzialità (processo di decoerenza) generata dai due stati post-misura $\boldsymbol{n}_1$ e $\boldsymbol{n}_2$. Tale regione può essere descritta come una stringa elastica astratta monodimensionale (1-simplesso). Quando la particella raggiunge il punto $\boldsymbol{n}^{\parallel}$ della stringa, definisce due intervalli distinti, A_1 e A_2, la cui lunghezza relativa è data dalla regola di Born. Quando la stringa elastica si rompe, in un punto non

predeterminabile $\boldsymbol{\lambda}$, qui assunto come appartenente a A_1, la sua contrazione attira il punto-particella verso la posizione $\boldsymbol{n}_1$, corrispondente allo stato collassato finale.

Per illustrare che gli stimoli vengono deformati in percetti, dobbiamo misurare la differenza tra due stimoli e tra i due percetti corrispondenti a questi stimoli. Non esiste un modo ovvio per farlo. A prima vista, si potrebbe pensare che sarebbe sufficiente identificare una *metrica* sull'insieme degli stati quantistici, che potrebbe poi essere utilizzata per misurare la differenza tra gli stimoli (stati-vettore) e i percetti (stati-operatore), ma il problema è che non esiste un'unica metrica naturale sull'insieme di tutti gli stati quantistici: esistono molte metriche diverse, che partono tutte da un punto di vista differente sull'insieme degli stati quantistici. Una delle più importanti, chiamata *distanza di traccia*, equivale per gli stati di un qubit a metà della distanza euclidea nella sfera di Bloch. Questa è una scelta piuttosto naturale per misurare la distanza tra stati-operatore, ma non per gli stati-vettore. Infatti, se ψ_A e ψ_B sono due stati-vettori unitari (bidimensionali, complessi), descritti nella sfera di Bloch da due vettori unitari (tridimensionali, reali) $\boldsymbol{n}_A$ e $\boldsymbol{n}_B$, come da formule

$$|\psi_A\rangle\langle\psi_A| = \tfrac{1}{2}(\mathbb{I} + \boldsymbol{n}_A \cdot \boldsymbol{\sigma}) \qquad |\psi_B\rangle\langle\psi_B| = \tfrac{1}{2}(\mathbb{I} + \boldsymbol{n}_B \cdot \boldsymbol{\sigma})$$

dove $\boldsymbol{\sigma}$ è un vettore le cui componenti sono le tre matrici di Pauli e $\mathbb{I}$ è la matrice identità (Aerts & Sassoli de Bianchi 2014), allora una linea retta che va da $\boldsymbol{n}_A$ a $\boldsymbol{n}_B$, lungo la quale si determinerebbe la distanza di traccia, passa necessariamente per dei punti all'interno della sfera, che rappresentano degli stati-operatore. Tuttavia, una nozione naturale di distanza tra stati puri dovrebbe tenere conto solo degli stati-vettore, cioè degli stati puri, che si trovano tra $\boldsymbol{n}_A$ e $\boldsymbol{n}_B$, cioè una distanza misurata solo sulla superficie della sfera di Bloch, corrispondente alla lunghezza dell'arco circolare che li collega. Più precisamente, se θ_A e θ_B sono gli angoli polari di $\boldsymbol{n}_A$ e $\boldsymbol{n}_B$ (si veda la Figura 11), assumendo qui per semplicità che abbiano lo stesso angolo azimutale, la loro distanza come vettori-stato,

normalizzata a 1, è:

$$d_{\text{pure}}(\boldsymbol{n}_A, \boldsymbol{n}_B) = \frac{1}{\pi}|\theta_B - \theta_A|$$

Si noti che questa distanza risulta anche dall'angolo tra stati-vettore calcolata usando il prodotto scalare dello spazio di Hilbert, il che dimostra che si tratta di una distanza naturale associata alla rappresentazione di Bloch degli stati puri. Più precisamente, per gli stati puri la *distanza di Fubini-Studio* (Fubini 1904), che è una metrica geometrica naturale sullo spazio di Hilbert proiettivo complesso, è data da:

$$d_{\text{FS}}(\boldsymbol{n}_A, \boldsymbol{n}_B) = \cos^{-1}|\langle\psi_A|\psi_B\rangle| = \cos^{-1}\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{n}_A \cdot \boldsymbol{n}_B)}$$

Se $\boldsymbol{n}_A$ e $\boldsymbol{n}_B$ hanno lo stesso angolo azimutale (si veda la Figura 11), allora $\boldsymbol{n}_A \cdot \boldsymbol{n}_B = \cos(\theta_B - \theta_A)$. Poiché

$$\frac{1}{2}[1 + \cos(\theta_B - \theta_A)] = \cos^2\left(\frac{\theta_B - \theta_A}{2}\right)$$

e $\frac{1}{2}(\theta_B - \theta_A)$ è nell'intervallo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, dove il coseno è non negativo, otteniamo: $d_{\text{pure}}(\boldsymbol{n}_A, \boldsymbol{n}_B) = \frac{2}{\pi} d_{\text{FS}}(\boldsymbol{n}_A, \boldsymbol{n}_B)$. Quindi, la distanza normalizzata misurata sulla superficie della sfera di Bloch è direttamente proporzionale alla distanza ottenuta con la metrica di Fubini-Studio, nota anche come *metrica di Bures*. Poiché quest'ultima può essere espressa usando la nozione di *fedeltà* (*fidelity*), ne consegue che quando consideriamo gli angoli, o equivalentemente gli archi di cerchio, come misura della distanza naturale tra gli stati-vettore nel modello di Bloch, stiamo indirettamente utilizzando la nozione di fedeltà per valutare le differenze tra gli stimoli.

Ora, analizzare come la presenza del *warping* associato alla percezione categoriale possa gettare luce anche su come mappare adeguatamente le differenze tra stati quantistici, che è un problema importante nella teoria dell'informazione quantistica, ci porterebbe troppo lontano dall'argomento di questo articolo, ma è nostra intenzione continuare questa analisi in lavori futuri.

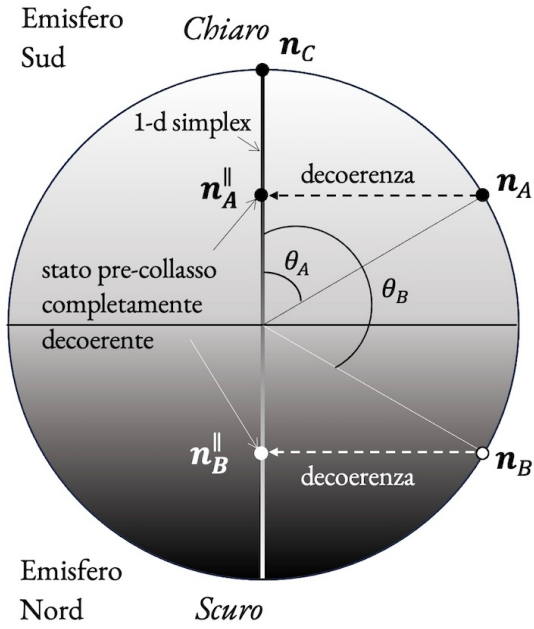

Figura 11 Rappresentazione dei tre stati-vettore (stimoli) pre-misura, $\boldsymbol{n}_A$, $\boldsymbol{n}_B$ e $\boldsymbol{n}_C$, sulla superficie della sfera di Bloch, e degli stati desincronizzati associati (percetti) $\boldsymbol{n}_A^{\parallel}$ e $\boldsymbol{n}_B^{\parallel}$, all'interno della sfera di Bloch, ottenuti immergendoli ortogonalmente rispetto all'asse Sud-Nord (poiché $\boldsymbol{n}_C$ è un autostato della misura, si trova già su tale asse, quindi $\boldsymbol{n}_C = \boldsymbol{n}_C^{\parallel}$). Qui abbiamo assunto per semplicità che tutti i vettori giacciano su uno stesso piano della sfera e che i loro angoli polari siano: $\theta_A = \frac{\pi}{3}$, $\theta_B = \frac{2\pi}{3}$ e $\theta_C = 0$.

Pertanto, utilizzeremo due diverse nozioni di distanza, una che considera l'arco circolare tra due stati-vettore, alla superficie della sfera di Bloch, e l'altra che considera la distanza euclidea tra stati-operatore, all'interno della sfera di Bloch. Quindi, la distanza normalizzata a 1 tra i due stati desincronizzati (*decohered*) $\boldsymbol{n}_A^{\parallel}$ e $\boldsymbol{n}_B^{\parallel}$ sarà data da (si veda la Figura 11):

$$d_{\text{density}}\left(\boldsymbol{n}_A^{\parallel}, \boldsymbol{n}_B^{\parallel}\right) = \frac{1}{2}\left|\cos\theta_B - \cos\theta_A\right|$$

Con queste due nozioni di distanza, spieghiamo ora perché il fenomeno della percezione categoriale si manifesta in modo naturale in un processo di misura quantistica, se descritto nella

rappresentazione di Bloch estesa. Come abbiamo detto, i punti che formano il simplesso associato all'osservabile misurata, nel nostro caso il diametro della sfera lungo il quale è tesa la banda elastica, sono i punti in cui si trovano i percetti per la misura in questione. Questi percetti descrivono una "realtà attesa", che tuttavia non deve essere compresa come insieme di speculazioni azzardate, ma piuttosto come la migliore rappresentazione di ciò che è ritenuto reale in relazione al significato portato dall'entità misurata. Questa realtà attesa contiene delle distorsioni (*biases*), e la deformazione (*warping*) della percezione categoriale è una di queste.

Più precisamente, il percettore è attivamente implicato nel processo di misura e la sua "realtà attesa" svolgerà un ruolo cruciale in ciò che accadrà, di concerto con la realtà dell'entità misurata, espressa dal suo stato puro, che invece è indipendente dalla misura. A livello di realtà attesa, il modello è kolmogoroviano e le probabilità sono espressione della mancanza di conoscenza del percettore. Nel modello di Bloch esteso, questo è espresso dal punto impredicibile $\boldsymbol{\lambda}$ in cui l'elastico si romperà; si veda la Figura 10(d). Inoltre, la connessione tra la realtà dell'entità considerata (gli stati-vettore che descrivono gli stimoli) e gli elementi della realtà attesa (gli stati-operatore sul simplesso che descrivono i percetti per la misura in questione), è illustrata dalla "discesa" ortogonale e deterministica della particella puntiforme, rappresentativa dello stimolo, sull'elastico (il simplesso 1-dimensionale), trasformandola in un percetto, come da Figura 10(b)-(c), raggiungendo così uno stadio in cui si attualizza un risultato (una risposta), tornando a uno stato-vettore [cfr., Figura 10(d)-(f)].

Per vedere come una misura quantistica produca l'effetto di deformazione, consideriamo, per fissare le idee, una situazione in cui esistono solo due colori, il *Chiaro* e lo *Scuro*; quindi, siamo proprio in una situazione che può essere descritta in una sfera di Bloch tridimensionale. Si noti che Eleanor Rosch ha formulato le basi della teoria dei prototipi per i concetti proprio mentre insegnava i colori a una comunità primitiva della Papua Nuova Guinea, la cui lingua, chiamata *Berinomo*, ha solo due nomi per i colori (Rosch 1973).

Localizziamo il primo colore, *Chiaro*, al polo nord della sfera di Bloch, e il secondo, *Scuro*, al polo sud. Pertanto, all'equatore si verificherà la transizione da *Chiaro* a *Scuro* (si veda la Figura 11). Introduciamo quindi tre diversi stati-vettore, il primo descritto dal vettore unitario $\boldsymbol{n}_A$, con angolo polare $\theta_A = \frac{\pi}{3}$, il secondo dal vettore unitario $\boldsymbol{n}_B$, con angolo polare $\theta_B = \frac{2\pi}{3}$, e il terzo dal vettore unitario $\boldsymbol{n}_C$, situato esattamente al Polo Nord (si tratta quindi dell'autostato che descrive il colore *Chiaro*, con angolo polare $\theta_C = 0$), assumendo per semplicità che giacciano tutti sullo stesso piano. Quando si esegue una misura del colore *Chiaro-Scuro*, gli stati pre-misura $\boldsymbol{n}_A$ e $\boldsymbol{n}_B$ si trasformano deterministicamente negli *stati-operatore pre-collasso completamente desincronizzati* $\boldsymbol{n}_A^{\parallel}$ e $\boldsymbol{n}_B^{\parallel}$, ottenuti immergendo le particelle puntiformi associate nella sfera, ortogonalmente rispetto al simplesso unidimensionale sotteso dagli stati post-misura *Chiaro* e *Scuro*, che è la regione dei percetti, cioè della "realtà attesa" per questa specifica misura del colore.

Gli esiti $\boldsymbol{n}_A$ e $\boldsymbol{n}_B$ si trovano, rispettivamente, nell'emisfero *Chiaro* e nell'emisfero *Scuro* della sfera di Bloch, quindi sono due colori distinti, e possiamo ora facilmente vedere che la loro trasformazione nei corrispondenti stati desincronizzati (*decohered*) presenta una deformazione che è una dilatazione. Infatti, la loro distanza è $d_{\text{pure}}(\boldsymbol{n}_A, \boldsymbol{n}_C) = \frac{1}{3}$, cioè un terzo della distanza massima tra due stimoli, mentre i percetti associati, corrispondenti agli stati quantistici desincronizzati $\boldsymbol{n}_A^{\parallel}$ e $\boldsymbol{n}_B^{\parallel}$, hanno una distanza $d_{\text{density}}(\boldsymbol{n}_A^{\parallel}, \boldsymbol{n}_B^{\parallel}) = \frac{1}{2}$, cioè la metà della distanza massima tra due percetti. Se invece si considerano gli stimoli $\boldsymbol{n}_C$ e $\boldsymbol{n}_A$, appartenenti allo stesso colore, si verifica la deformazione opposta. Infatti, dal lato degli stimoli, la distanza è di nuovo $d_{\text{pure}}(\boldsymbol{n}_A, \boldsymbol{n}_C) = \frac{1}{3}$, mentre dal lato dei percetti abbiamo ora $d_{\text{density}}(\boldsymbol{n}_A, \boldsymbol{n}_C) = \frac{1}{4}$. Ciò significa che si verifica una deformazione che ora è una contrazione. Questo mostra come il fenomeno della percezione categoriale sia incorporato in una misura quantistica.

Se la nostra ipotesi si rivelasse corretta, significherebbe che non solo ci troviamo di fronte a un bias nell'interfaccia in cui ha luogo la percezione umana, ma che un bias simile sarebbe presente anche nelle numerose interfacce in cui vengono eseguite le misure quantistiche nei laboratori di fisica, e tale possibilità solleva la seguente domanda: "Qual è la natura della realtà pre-biased originaria?".

4.3 Spiegare l'entanglement quantistico

Nella Sezione 2.3, abbiamo osservato che l'*entanglement quantistico* può essere inteso come una situazione di *entità quantistiche interconnesse*, in cui le correlazioni possono essere create a partire dalle loro connessioni, quando vengono effettuate delle misure congiunte. Abbiamo sottolineato che il mistero dell'entanglement quantistico non risiede in un possibile meccanismo di *creazione delle correlazioni*, poiché è facile concepire degli esempi macroscopici, come lo storico modello dei recipienti d'acqua (*vessels of water model*), in cui, rompendo l'interezza di un'entità composita, si possono creare delle correlazioni "non del tipo calze di Bertlmann" e usarle per violare le disuguaglianze di Bell. Il vero mistero dell'entanglement quantistico sta nella natura dell'*elemento connettivo* che fa sì che due entità altrimenti spazialmente separate possano comportarsi come se formassero un tutt'uno.

L'interpretazione concettualistica offre una risposta estremamente semplice e convincente per chiarire questo mistero. L'elemento connettivo all'origine delle connessioni dell'entanglement quantistico non è altro che la *sostanza del significato*. Infatti, se è vero che le entità quantistiche sono delle entità concettuali, allora è lecito aspettarsi che possano condividere significato, cioè che possano *connettersi tramite significato*, e che un'entità cognitiva che interagisce con esse sia sensibile alla presenza di queste *connessioni di significato*, quando confrontata a un contesto interrogativo. Questo spiegherebbe anche perché l'entanglement quantistico sia lo stato di default, nel senso che ogni volta che delle entità possono interagire,

entrano solitamente in una condizione di intricamento; quindi, gli stati entangled sono molto più comuni di quelli non-entangled (anche se questo non significa che siano sempre durevoli). Infatti, quando due entità concettuali si ritrovano in una stessa situazione cognitiva, se condividono significato, allora sarà automaticamente presente una connessione di significato e il sistema bipartito che formano sarà descritto per mezzo di uno stato entangled.

Prendiamo ad esempio un esperimento di psicologia cognitiva che è stato condotto e analizzato nel nostro gruppo (Aerts et al. 2018b,c). Ai partecipanti è stato chiesto di selezionare delle coppie di direzioni spaziali che consideravano essere il miglior esempio di *Due diverse direzioni del vento*. In altre parole, i partecipanti sono stati interrogati su due entità concettuali *Direzione del vento*, quando nello stato descritto dalla combinazione concettuale *Due diverse direzioni del vento*. Ciò è stato fatto fornendo ai partecipanti esempi concreti di coppie di direzioni del vento, tra le quali dovevano scegliere quella che ritenevano essere la migliore rappresentante dello stato *Due diverse direzioni del vento*; si veda la Figura 12.

Per analizzare i risultati come avviene nei tipici test sperimentali di Bell, sono state proposte ai partecipanti quattro diverse misure congiunte, utilizzando diverse combinazioni delle otto direzioni (cardinali e ordinali) su una *rosa dei venti*. Tralasciamo qui i dettagli di come ciò sia stato fatto concretamente e rimandiamo i lettori interessati ad Aerts et al. (2018b,c). Ciò che è importante qui osservare è che la statistica dei risultati ottenuti è stata in grado di violare le disuguaglianze di Bell-CHSH con lo stesso ordine di grandezza dei tipici esperimenti con microentità in *stati di singoletto*. Ciò significa che le menti umane percepiscono le direzioni del vento come connesse tramite significato similmente a come gli apparati di misura – ad esempio i cosiddetti Stern-Gerlach – percepiscono l'entanglement delle entità quantistiche (come gli elettroni o i fotoni) nei laboratori di fisica, suggerendo che delle connessioni di significato potrebbero essere presenti anche nel loro caso.

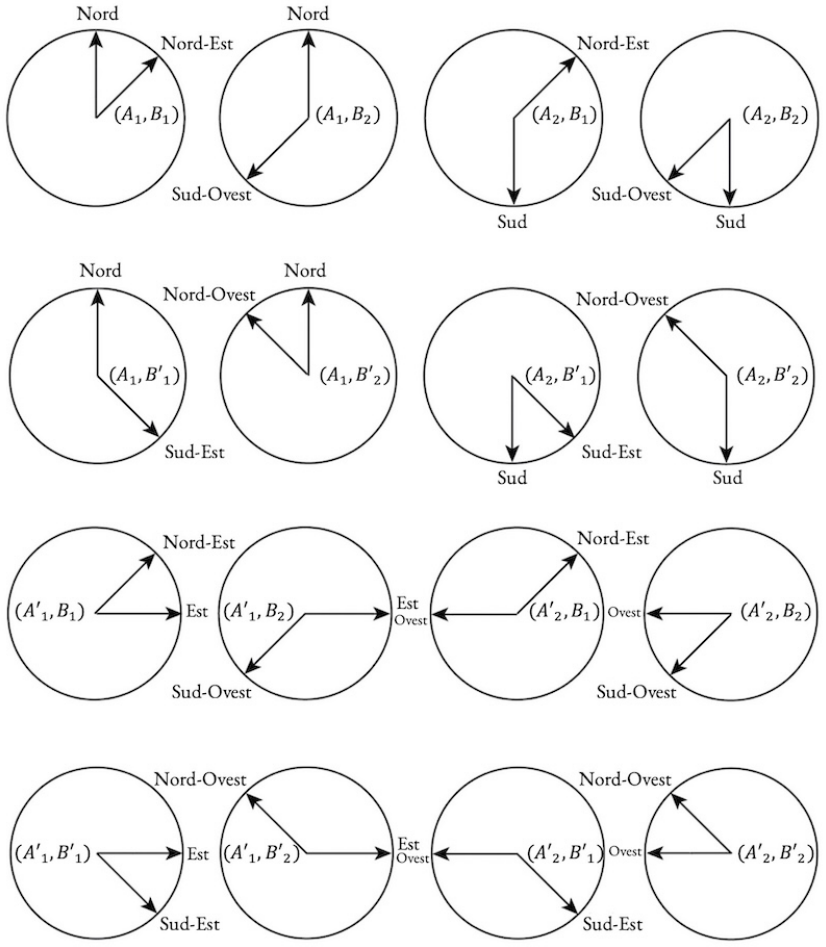

Figura 12 Le quattro coppie di direzioni del vento che i partecipanti all'esperimento potevano selezionare, per ciascuna delle quattro misure congiunte considerate, AB, AB', $A'B$ e $A'B'$, che risultavano in una violazione delle disuguaglianze di Bell (Aerts et al. 2018b,c). Più precisamente, la misura congiunta AB è la combinazione della misura A con la misura B, dove A consiste nel selezionare la direzione Nord o Sud del vento, e B consiste nel selezionare la direzione Nord-Est o a Sud-Ovest del vento. Quindi, la misura congiunta AB consiste nel chiedere a un partecipante umano di scegliere una tra le seguenti quattro coppie di diverse direzioni del vento: $(A_1, B_1) =$ (Nord, Nord-Est), $(A_1, B_2) =$ (Nord, Sud-Ovest), $(A_2, B_1) =$ (Sud, Nord-Est) e $(A_2, B_2) =$ (Sud, Sud-Ovest), e analogamente per le restanti tre misure congiunte: AB', $A'B$ e $A'B'$.

Si noti che l'esperimento che abbiamo citato, con le direzioni del vento, è solo un esempio dei numerosi esperimenti che sono stati condotti nel corso degli anni, che dimostrano che le connessioni di significato possono facilmente violare le disuguaglianze di Bell e rivelare l'esistenza di vere e proprie correlazioni di tipo quantistico. Si vedano ad esempio Aerts & Sozzo (2011) e Aerts et al. (2019), e i riferimenti ivi citati.

A questo punto ci si potrebbe chiedere: "Perché in laboratorio non possiamo rilevare la connessione di significato che sarebbe all'origine dell'entanglement quantistico, mentre possiamo rilevare le entità entangled?". In altre parole: "Se i fotoni (e altre microentità) sono delle entità di significato, che possono connettersi attraverso il significato, perché i fotoni possono essere rilevati, ma non la sostanza di significato che forma le loro connessioni?". Una possibile risposta, nell'ambito dell'interpretazione concettualistica, è che l'elemento di significato che collega due entità concettuali sarebbe più astratto rispetto alle entità che collega; quindi, più *distante* (in senso concettuale) dallo strato spazio-temporale in cui si trovano gli apparati di misura, e in questo senso meno accessibile per essere rilevato direttamente.

Si consideri ancora l'esempio delle *Direzioni del vento*. L'elemento connettivo che crea le correlazioni è qui il concetto *Diverse*. È chiaro che la sua presenza implica che le direzioni dei due venti non possono essere indipendenti l'una dall'altra, proprio perché si trovano in uno stato tale da dover essere diverse. E all'interno della nostra cultura umana, *Diverso* è un concetto molto più astratto del concetto *Direzione del vento*, e in questo senso meno vicino alle entità concettuali che possono lasciare delle tracce nel nostro teatro spaziotemporale.

Un riflesso di questa maggiore astrattezza della connessione dovuta all'entanglement lo si può vedere anche nel formalismo quantistico, quando si osserva che la dimensionalità dello *stato della connessione* è maggiore rispetto alla dimensionalità degli stati che connette. Per dare un senso compiuto alla frase precedente, è

necessario applicare la rappresentazione di Bloch estesa alla descrizione delle entità entangled (Aerts & Sassoli de Bianchi 2016). Senza entrare nei dettagli, assumiamo per semplicità che le due entità entangled, S_A e S_B, siano due spin-$\frac{1}{2}$. Quando sono sperimentalmente separate e non sono considerate parte di un sistema bipartito, i loro stati possono essere descritti dai vettori unitari r_A e r_B, rispettivamente, appartenenti ciascuno a una propria sfera di Bloch tridimensionale. Ma quando sono considerate come un'entità composita, la sfera di Bloch degli stati diventa 15-dimensionale, e il loro stato complessivo r è un vettore unitario con una *struttura tripartita a somma diretta*

$$r = \frac{1}{\sqrt{3}} r_A \oplus \frac{1}{\sqrt{3}} r_B \oplus r_{corr}$$

dove r_{corr} è un vettore 9-dimensionale che descrive lo stato della connessione tra S_A e S_B, le cui componenti non possono essere generalmente dedotte dalle componenti dei singoli stati r_A e r_B (a meno che il sistema bipartito non sia in uno stato prodotto). Vediamo quindi che anche il formalismo quantistico, e più in particolare la sua estensione blocheana, ci indica che la connessione di entanglement avviene a un livello dimensionale superiore rispetto a quello delle entità che connette, compatibilmente con l'ipotesi che il significato a cui sarebbe associato sia più astratto (si veda anche la discussione nella sezione successiva).

Va inoltre sottolineato che uno stato di spin singoletto è uno stato molto speciale, nel senso che non contiene direzioni di spin specifiche, essendo chiaramente uno stato invariante di rotazione. Ciò significa che non può essere associato a delle proprietà di spin individuali ben definite prima delle misure. Questo rispecchia la situazione dell'entità concettuale nello stato *Due diverse direzioni del vento*. Anche in questo caso, infatti, lo stato descrive un'entità senza direzioni specifiche del vento, che non può essere associata a delle proprietà individuali ben definite del vento prima delle misure, quindi, come per lo stato di singoletto, descrive una

situazione più astratta.

Ci si potrebbe chiedere se c'è una differenza tra la connessione prodotta dall'entanglement e quella prodotta da forze fisiche "ordinarie", come la *forza di Coulomb*, che può essere descritta come un termine potenziale nell'Hamiltoniana. In effetti, seguendo l'interpretazione concettualistica, se il significato è ciò che unisce le entità, allora ci si aspetterebbe che le forze ordinarie, che anch'esse uniscono le entità, siano a loro volta associate a delle connessioni di significato. Questo è certamente compatibile con la visione dell'interpretazione concettualistica, se pensiamo che, considerando ad esempio il caso della *forza elettromagnetica*, si può descrivere la sua azione come uno scambio di *fotoni virtuali*, cioè di *bosoni virtuali*, e come abbiamo espresso nella Sezione 3, i bosoni sono da considerarsi i mattoni naturali del protolinguaggio del mondo materiale.

Si potrebbe obiettare, tuttavia, che lo status ontologico dei bosoni virtuali non è lo stesso di quello dei bosoni reali, per cui rimarrebbe discutibile se, ad esempio, un protone e un elettrone in un atomo di idrogeno stiano realmente *comunicando* quando si scambiano fotoni virtuali. Senza entrare nel dibattito sulle particelle virtuali, possiamo solo osservare che quando agisce una forza tra due entità, allora, seguendo l'interpretazione concettualistica, ci si aspetta che emerga una situazione di entanglement tra le due entità che interagiscono attraverso la forza in questione. Questo perché nel dominio concettuale tutte le connessioni sono connessioni di significato e si suppone che queste ultime si manifestino come entanglement quantistico. E difatti le cose stanno proprio così. Prendiamo il caso dell'*atomo di idrogeno*. Si è soliti risolvere il problema di trovare i suoi stati stazionari (gli autostati dell'Hamiltoniana) introducendo le coordinate *relative* e del *centro di massa*. Così facendo, i gradi di libertà del centro di massa e quelli del movimento relativo appaiono separati, cioè senza entanglement tra loro. Se invece si considerano le coordinate dell'elettrone e del protone, il sistema bipartito elettrone-protone sarà in realtà entangled, poiché è chiaro che l'evoluzione

dello stato dell'elettrone, proprio perché in interazione con il protone, non può essere indipendente dallo stato di quest'ultimo, quindi il sistema elettrone-protone non può essere in uno stato prodotto (Tommasini et al. 1998).

Un ultimo aspetto degno di nota in relazione all'entanglement è il seguente. Come abbiamo detto, le entità concettuali umane possono facilmente violare le disuguaglianze di Bell. Ma in genere violano anche le cosiddette *leggi marginali*, che in fisica vengono solitamente dette *condizioni di non comunicazione* (*no-signaling conditions*). Il motivo di questa denominazione è che, quando vengono rispettate, una comunicazione superluminale che sfrutti il fenomeno dell'entanglement diventa impossibile, anche se la loro violazione non implica necessariamente che tale comunicazione superluminale possa essere attuata (questo è un aspetto che spesso non viene sottolineato abbastanza). Per esempio, l'esperimento psicologico di cui sopra, con le *Due diverse direzioni del vento*, viola le leggi marginali, anche se non in modo molto marcato. Ora, generalmente si ritiene che nel formalismo quantistico standard le leggi marginali siano sempre soddisfatte. Questo è il caso quando le misure congiunte utilizzate nella formulazione delle disuguaglianze di Bell sono rappresentate da degli operatori autoaggiunti prodotto, rispetto al prodotto tensoriale dello spazio di Hilbert che modellizza gli stati dell'entità composta. Pertanto, si potrebbe considerare la violazione delle leggi marginali come una ragione per rifiutare la nozione di *connessione di significato* come candidato in grado di spiegare l'entanglement quantistico.

A questo proposito, vanno dette due cose. La prima è che non c'è alcuna ragione a priori per cui le misure congiunte debbano essere rappresentate da degli operatori auto-aggiunti prodotto. Si pensa che sia corretto farlo perché si considerano i polarizzatori o gli Stern-Gerlach utilizzati per testare le disuguaglianze di Bell come entità che, nella loro macroscopicità, sono sperimentalmente separate quando si trovano a una distanza spaziale sufficiente l'uno dall'altro, in un tipico test sperimentale di Bell. Ma è davvero così? Forse è proprio

l'interazione con un'entità quantistica preparata in uno stato di singoletto a rivelare che gli strumenti in questione non sono realmente separati, da un punto di vista sperimentale, nonostante la loro separazione spaziale. A questo proposito, è interessante notare un aspetto poco noto: le leggi marginali sono costantemente violate nei test esperimentali di Bell (Adenier & Khrennikov 2007, De Raedt, Michielsen & Jin, 2012, De Raedt & Michielsen 2013, Adenier & Khrennikov 2017, Kupczynski 2017).

Considerando che il formalismo quantistico standard, con la sua prescrizione di descrivere a priori le misure congiunte come misure di tipo prodotto (Aerts et al. 2019), richiede che le leggi marginali siano sempre rispettate, si tende a credere che una violazione di queste ultime nei test di Bell sia dovuta unicamente a degli errori sperimentali. Invece, l'interpretazione concettualistica prevede la possibilità di queste violazioni, che quindi potrebbero non essere degli errori sperimentali, ma il risultato di meccanismi di tipo cognitivo coinvolti nella creazione stessa delle correlazioni. In altre parole, potrebbero essere una conferma della validità dell'interpretazione concettualistica. Si noti che una descrizione dell'entanglement in una situazione di tipo Bell, in cui anche le misure congiunte sono considerate entangled, è stata elaborata in Aerts & Sozzo (2014).

La seconda cosa da dire è che non ci si deve aspettare che il dominio concettuale umano presenti lo stesso livello di sofisticazione di quello proto-concettuale delle entità materiali. Anzi, essendo quest'ultimo molto più antico, è ragionevole aspettarsi che abbia evoluto il suo linguaggio fino a renderlo molto più regolare, con schemi più ricorrenti, ecc. (si pensi, ad esempio, al linguaggio usato dagli operatori di una torre di controllo, quando comunicano ai piloti di aerei durante l'atterraggio e il decollo). E questo, tra l'altro, spiegherebbe anche perché le onde e i fenomeni di interferenza sono così efficaci nel descrivere gli effetti di sovraestensione e sottoestensione cognitiva, che in ambito umano si manifestano tipicamente quando si valutano dei concetti congiuntivi o disgiuntivi (Hampton 1988, Aerts et al. 2020).

Quindi, il fatto che nella cognizione umana le leggi marginali siano violate, mentre di solito si suppone che non siano violate nel mondo fisico, non può essere considerato un argomento valido da contrapporre all'interpretazione concettualistica.

4.4 Spiegare l'indeterminazione quantistica

Il prossimo mistero della nostra lista è l'indeterminazione quantistica. Come abbiamo osservato nella Sezione 2.4, essa non risiede nel fatto che le misure possono essere reciprocamente incompatibili, per cui non possono essere eseguite congiuntamente, e se eseguite in sequenza il loro ordine influenzerà la statistica finale dei risultati. Nel dominio cognitivo umano, anche i processi interrogativi sono, in generale, reciprocamente incompatibili, come evidenzia chiaramente il fenomeno degli *effetti di ordine* nelle domande (Busemeyer & Bruza 2012, Aerts & Sassoli de Bianchi 2017a).

L'indeterminazione quantistica, o complementarità quantistica, diventa un vero e proprio enigma per coloro che aderiscono a una visione puramente spaziotemporale della nostra realtà fisica, quando osservano che anche le osservabili come la posizione e la quantità di moto sono complementari e che, a differenza dell'esempio del cubo di legno che abbiamo descritto nella Sezione 2.4, non possiamo avere entrambe le proprietà congiuntamente e distintamente attuali. Ciò significa che l'indeterminazione quantistica tocca un aspetto più profondo della realtà di un'entità quantistica.

Se un elettrone avesse congiuntamente una posizione e una quantità di moto ben definite, in un dato momento, si potrebbe applicare al suo stato le leggi classiche del moto e determinare la sua traiettoria. Ma sappiamo che le entità quantistiche non possono essere associate a delle traiettorie spaziotemporali. Quindi, la domanda è: "Perché le microentità, come i fotoni, gli elettroni, gli atomi, ecc., non possono trovarsi in stati in cui sia la posizione che la quantità di moto sono congiuntamente massimamente definite o, per dirla in un altro modo, non possono abitualmente trovarsi in stati in cui la posizione e

la quantità di moto sono congiuntamente massimamente *in*definite?" (Ricordiamo che esistono anche delle relazioni di indeterminazione rovesciate, sebbene dipendenti dallo stato).

La risposta, nell'ambito dell'interpretazione concettualistica, è piuttosto semplice: se è vero che le microentità sono di natura concettuale, allora non possono trovarsi in stati massimamente astratti e allo stesso tempo massimamente concreti. E poiché si ritiene che uno stato massimamente concreto descriva una situazione di massima localizzazione nello spazio, mentre uno stato massimamente astratto descriva una situazione di massima de-spazializzazione, il principio di indeterminazione di Heisenberg sembra essere integrato nell'interpretazione concettualistica. Lo stesso vale per la versione rovesciata delle relazioni di Heisenberg (Mondal et al. 2017), essendo chiaro che se le microentità sono di natura concettuale, allora nemmeno possono trovarsi in stati minimamente astratti e al contempo minimamente concreti.

Si potrebbe obiettare che le relazioni inverse non hanno lo stesso status delle relazioni standard, poiché il limite superiore non è fisso ma dipende dallo stato; quindi, è in linea di principio possibile costruire degli stati che rendono questo limite arbitrariamente grande[2]. Possiamo rispondere a questa obiezione in diversi modi. In primo luogo, osservando che la localizzazione nello spazio fisico cattura solo parzialmente la nozione classica di oggetto, alla quale di solito associamo l'idea di uno stato di massima concretezza. Infatti,

[2] Per esempio, se consideriamo la sovrapposizione di quattro pacchetti d'onda gaussiani $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{4}}\left(|\psi_{q,p}\rangle + |\psi_{q,-p}\rangle + |\psi_{-q,p}\rangle + |\psi_{-q,-p}\rangle\right)$, dove $|\psi_{q,p}\rangle$ è centrato su q nello spazio di posizione e su p nello spazio di quantità di moto, e analogamente per le altre tre componenti, allora non è difficile dimostrare che $\Delta Q \Delta P \sim qp$, quando $q, p \to \infty$. Questo perché lo stato sopra descritto è formato dalla sovrapposizione di quattro componenti con uno spread fisso, cioè con una *deviazione standard* fissa (σ nello spazio di posizione e $1/2\sigma$ nello spazio di quantità di moto), che vengono poste a distanze arbitrariamente grandi. Pertanto, lo spread totale, sia nello spazio della quantità di moto che in quello della posizione, può diventare arbitrariamente grande.

nella fisica classica, un oggetto possiede non solo una posizione ben definita, ma anche una quantità di moto ben definita. Pertanto, non possiamo aspettarci che il binomio *posizione-quantità di moto* sia una traduzione fedele del più fondamentale binomio *concreto-astratto*. Un'altra osservazione è che l'interpretazione dell'indeterminazione quantistica come conseguenza di un *tradeoff* tra concretezza e astrattezza potrebbe valere solo per quell'importante classe di concetti che sono strutturati attorno a degli esempi tipici o idealizzati, detti *prototipi*, che sarebbero descritti da delle singole funzioni d'onda di tipo gaussiano, per le quali esisterebbero anche dei limiti superiori per le relazioni di indeterminazione. Certamente, l'analisi di come il binomio concreto-astratto si rifletta nel formalismo quantistico necessita ancora di un'attenta indagine, anche in considerazione del fatto che il formalismo hilbertiano non è necessariamente in grado di catturare tutta la complessità di una realtà pancognitivista.

Parlando di stati *astratti* e *concreti* di un concetto, questo è il momento giusto per portare l'attenzione del lettore su una possibile confusione, di cui abbiamo già parlato nella Sezione 4.2, dovuta al fatto che, da un lato, abbiamo l'attività cognitiva umana e, dall'altro, il mondo fisico *in sé*, che secondo l'interpretazione concettualistica parteciperebbe anch'esso alla cognizione, ma a un livello differente della nostra realtà. Ciò significa che ci possono essere delle differenze tra domini concettuali nel modo in cui va interpretata la direzione che porta dall'astratto al concreto.

Noi esseri umani abbiamo astratto la maggior parte dei nostri concetti a partire da ciò che immaginiamo essere gli oggetti della nostra esperienza quotidiana. Per esempio, interagendo con dei veri cani spaziotemporali, a un certo punto abbiamo estrapolato da queste nostre esperienze l'*idea di cane*, per descrivere non un singolo animale specifico, ma l'essenza di questi animali, le proprietà che li accomuna, indipendentemente dalle loro differenze individuali. Così, a un certo punto, è stato creato un concetto, il concetto di *Cane*, che è un *concetto a parola singola*. Tale concetto è come il *titolo di una storia*: la storia di tutte le interazioni che gli

esseri umani hanno avuto con i diversi cani che hanno incontrato. Una storia che spiega cosa fanno i cani, come si muovono, cosa mangiano, come sono fatti, come interagiscono tra loro, con gli altri animali, con gli esseri umani, ecc. Sarebbe molto poco pratico (molto inefficiente), quando ci si riferisce a quell'insieme di esperienze, raccontare ogni volta tutta la loro storia; ma poiché si tratta di esperienze condivise, è sufficiente usare un concetto a singola parola (o formato da poche parole) per evocarle tutte. È come quando, per evocare la storia contenuta in un libro, ci limitiamo a citarne il titolo.

La distinzione di cui sopra è importante perché nell'interpretazione concettualistica si ritiene che esista una linea fondamentale per passare dai concetti più astratti a quelli più concreti (si veda la Figura 13), e tale linea è caratterizzata dal fatto che, citando da Aerts et al. (2020):

> [...] i concetti più astratti sono quelli esprimibili con parole singole, e la concretezza aumenta quando aumenta il numero di combinazioni concettuali, cosicché i concetti più concreti sono quelli tipicamente descritti da grandi aggregati di concetti a singola parola collegati tra loro (entangled), che è ciò che nel nostro ambito umano indicheremmo genericamente come delle storie, come quelle scritte in libri, articoli, pagine web, ecc. Non intendiamo qui le storie solo nel senso riduttivo di romanzi, ma nel senso più generale di raggruppamenti di concetti che vengono combinati tra loro in modo interessante, dando vita a un significato ben definito.

Naturalmente, dobbiamo distinguere il titolo di un libro dal suo contenuto in termini di significato. Il titolo si riferisce alla storia del libro, ma essendo formato da poche parole, è un concetto molto più astratto della storia a cui si riferisce, che è un'entità concettuale molto più concreta entro il dominio concettuale umano (a riprova di ciò, non è raro trovare libri con lo stesso titolo, mentre non ci sono casi di autori che hanno scritto esattamente lo stesso libro). Ora, questi due domini concettuali, quello umano e quello della fisica, entrano in contatto quando una persona racconta la storia di cos'è un cane e, mentre lo fa, guarda in direzione di un cane specifico (si veda la Figura

14). Anche quell'esemplare di cane è una storia, ma non la storia che l'uomo sta raccontando. È la storia di tutte le entità concettuali atomiche e molecolari che formano il suo corpo, ed è una storia che non è stata composta combinando dei concetti umani, ma combinando quei concetti che sono le entità quantistiche; una storia che una mente umana non è ovviamente in grado di comprendere.

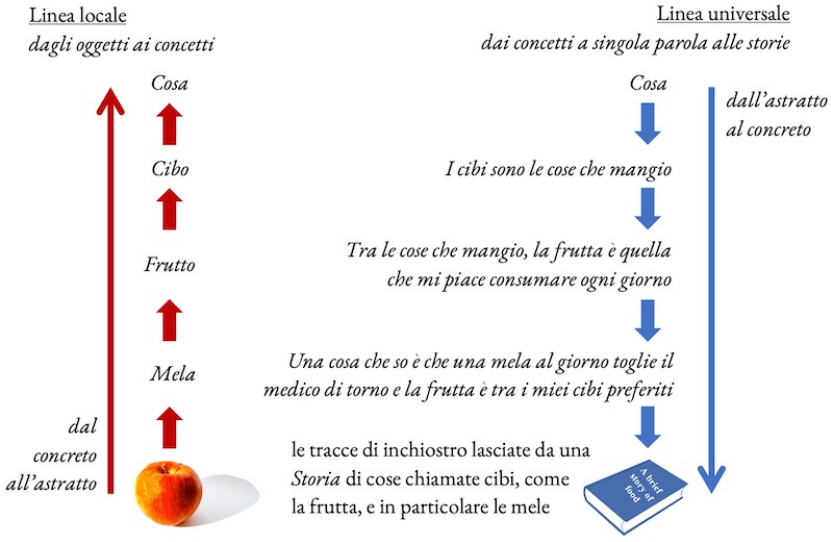

Figura 13 (a colori online). Nel dominio concettuale umano esistono due linee principali che collegano l'*astratto* al *concreto*. La prima va dal *concreto* all'*astratto* (a sinistra): dagli *oggetti* alle *collezioni di oggetti con caratteristiche comuni*. La seconda, più fondamentale, va dall'*astratto* al *concreto* (a destra): dai *concetti a singola parola* alle *storie*, formate dalla combinazione di molteplici concetti.

A questo punto ci si potrebbe chiedere se nel dominio cognitivo-concettuale del mondo fisico esista un equivalente del titolo di una storia. Una possibile risposta è che ciò corrisponderebbe alle proprietà emergenti di un grande aggregato di entità concettuali. Se consideriamo un'entità macroscopica con sufficiente coesione interna, tanto da manifestarsi come corpo unitario (invece che come insieme di frammenti non collegati), essa potrà interagire con entità macroscopiche simili secondo delle dinamiche che interessano

principalmente la loro interezza e non i dettagli di ciò che accade al loro interno, a livello dei loro costituenti. Possiamo pensare a una palla che interagisce con dei birilli. La dinamica avviene a livello dei corpi macroscopici, nel senso che si produrrebbero delle dinamiche simili anche se, ad esempio, si modificasse il materiale della palla in questione (una palla di legno è in grado di buttar giù i birilli in modo simile a una palla di plastica, se hanno masse simili).

Figura 14 (a colori online). Un cane di nome Alfie può essere associato a due storie. Una è la storia che il suo proprietario può raccontare, sui cani in generale e su Alfie in particolare; l'altra è la storia "scritta" nell'aggregato di atomi e molecole che compongono il corpo di Alfie, come entità fisica macroscopica. Queste due storie appartengono a due domini cognitivi completamente diversi, anche se si riferiscono alla stessa entità.

In altre parole, anche nel dominio fisico ci sarebbero diversi strati cognitivi, le cui dinamiche si sviluppano sulla base di interazioni di significato differenti. Nel dominio cognitivo umano, possiamo pensare a come un libraio posiziona i nuovi arrivi negli scaffali della sua libreria. Ovviamente, non deve leggere i nuovi libri per classificarli: può semplicemente guardare le *informazioni emergenti*, come i titoli e gli autori, e in base a queste sarà in grado di posizionare i diversi libri in uno scaffale piuttosto che in un altro, indipendentemente dai dettagli delle storie che raccontano.

Parlando di libri, vale la pena di osservare che possiamo entrare

in una libreria e comprare il *libro A e libro B*. Questo perché il *libro A* è un oggetto, il *libro B* è un oggetto, e di conseguenza il *libro A e libro B* è anch'esso un oggetto: un oggetto di natura composita. Ma non possiamo entrare in una libreria e comprare il *libro A o libro B*. Non esiste un oggetto che possa essere associato al termine "libro *A* o libro *B*". In linguaggio quantistico, il *libro A o libro B* è un'entità macroscopica in uno stato di sovrapposizione, che di solito non incontriamo nella nostra realtà fisica quotidiana. Questo però non significa che sia un'entità impossibile. Come abbiamo già detto nella Sezione 2.2, in condizioni controllate di laboratorio siamo già stati in grado di porre delle entità fisiche relativamente grandi, ad esempio delle molecole organiche, in stati di sovrapposizione (Gerlich et al. 2011, 2013).

La visione concettualistica ci permette di capire perché non abbiamo solitamente a che fare con delle entità macroscopiche in stati di sovrapposizione? Per rispondere a questa domanda, ragioniamo ancora una volta nell'ambito del dominio concettuale umano. Per evitare ogni confusione, è bene sottolineare che un libro non è un'entità concettuale del tipo "storia umana"; un libro contiene solo le *tracce* lasciate da essa (si veda la discussione nella Sezione 4.1). A riprova di ciò, una stessa storia può essere pubblicata su diversi volumi cartacei, di diverse dimensioni, o in formato elettronico, ecc.

Ora, come abbiamo già sottolineato parlando del cane, un libro è il luogo in cui si incontrano due storie di tipo molto diverso: quella scritta dall'autore umano del libro, le cui tracce sono lasciate nell'entità-materiale libro, e la storia che il libro *è*, in quanto entità formata da entità quantistiche fermioniche e bosoniche, che secondo l'interpretazione concettualistica sono essenzialmente di natura concettuale. Pertanto, ragionando nell'ambito concettuale umano, la domanda che ci si deve porre è: "Perché non troviamo le tracce dell'entità *storia A o storia B* nelle librerie (o in qualsiasi altro luogo), contrariamente al caso dell'entità *storia A e storia B*?".

Per porre la questione in altri termini, sappiamo che il dominio concettuale è chiuso rispetto ai connettivi della congiunzione (e) e

della disgiunzione (o): se *A* e *B* sono due concetti, allora sia *A e B* che *A o B* sono entrambi dei concetti. Il dominio degli oggetti, invece, è chiuso solo rispetto al connettivo della congiunzione. Infatti, la congiunzione di due oggetti è ancora un oggetto: un oggetto composito formato dalla giustapposizione dei due oggetti in questione; ma la disgiunzione di due oggetti non è più un oggetto. L'interpretazione che equipara gli oggetti a delle storie può allora aiutarci a chiarire questa differenza tra concetti e oggetti?

Qui dobbiamo capire che ciò che chiamiamo "oggetto" è un caso limite di un concetto; quindi, un oggetto sarebbe pur sempre un'entità concettuale. Allo stesso modo, anche una storia umana è un caso limite di un concetto: è una combinazione complessa di concetti a singola parola combinati tra loro secondo diversi legami di significato, espressi a diversi livelli della storia, cioè a diverse scale. Prendiamo la storia che Erwin Schrödinger raccontò una volta, su che cos'è la vita, le cui tracce si possono trovare nel suo famoso libretto intitolato *Che cos'è la vita?* (Schrödinger 1944); e prendiamo la storia che Alan Alexander Milne raccontò una volta, a proposito di un orsacchiotto, le cui tracce si trovano nel suo altrettanto famoso libretto intitolato *Winnie-the-Pooh* (Milne 1926). Se possiamo essere certi che nessuno ha mai raccontato la storia *Che cos'è la vita? o Winnie-the-Pooh*, è perché l'ambiguità introdotta dal connettivo *o*, tra queste due storie, sarebbe priva di senso nella nostra cultura umana, e noi umani raccontiamo storie solo per trasmettere un significato, non per trasmettere un'assenza di significato. Di conseguenza, nessun editore ha mai stampato un libro in cui le prime pagine contengono le tracce di inchiostro della storia di Schrödinger, poi c'è una pagina successiva con stampata la parola "o", e infine le pagine rimanenti sono quelle con le tracce di inchiostro della storia di Milne. Non troverete mai un libro del genere in libreria, anche se non è certamente impossibile crearlo.

Il fatto che abbiamo scritto e pubblicato questo articolo rende tra l'altro un po' più probabile l'esistenza di questo strano libro. Un Maestro Zen della scuola Rinzai potrebbe ad esempio decidere di

crearlo dopo aver letto il nostro scritto, come strumento per condurre alcuni dei suoi studenti a ottenere il *kensho* (risveglio), cercando di coglierne il significato, come si fa tradizionalmente con lo studio dei *kōan*.

Il confronto tra i due domini concettuali, quello umano e quello fisico, ci permette di approfondire l'articolazione tra astratto e concreto, che a sua volta ci consente di meglio comprendere la differenza tra stati fisici non-spaziali e spaziali. A questo proposito, in Aerts (2013) abbiamo studiato la natura e la frequenza con cui si osservano delle *congiunzioni* di concetti rispetto alla natura e alla frequenza delle *disgiunzioni* di concetti, sul World-Wide Web. In questo modo, abbiamo individuato una sistematica che ci offre un'anticipazione di come la nostra nozione di *spazio fisico popolato da oggetti* possa essere emersa da un quadro concettuale.

Se combiniamo coppie di concetti scelti più o meno a caso, come *Auto* e *Edificio*, *Flauto* e *Basso*, *Cavallo* e *Casa*, *Tavolo* e *Sole*, le ricerche di Yahoo sul World-Wide Web per le loro combinazioni, utilizzando il connettivo "e", cioè *Auto e Edificio*, *Flauto e Basso*, *Cavallo e Casa*, *Tavolo e Sole*, mostrano che queste sono più comuni delle combinazioni che utilizzano il connettivo "o", cioè *Auto o Edificio*, *Flauto o Basso*, *Cavallo o Casa*, *Tavolo o Sole*. Come abbiamo visto, il connettivo "o" introduce un'astrazione e, considerando la nostra comprensione dell'indeterminazione quantistica come dovuta alla relazione tra astrazione e concretezza, ciò significa che quando il connettivo "o" viene introdotto tra due concetti, si forma uno stato di sovrapposizione, che è meno localizzato degli stati che formano la sovrapposizione. Al contrario, il connettivo "e" introduce generalmente maggiore concretezza. Ciò significa che quando viene utilizzato tra due concetti, si forma uno stato più localizzato. E poiché i nostri esperimenti con il World-Wide Web mostrano che, per dei concetti scelti arbitrariamente, quanto più lunga è la combinazione, tanto più comune diventa il connettivo "e" rispetto al connettivo "o", ciò indica la tendenza generale del primo a localizzare i testi sulle pagine Web.

Questo processo di localizzazione si ferma necessariamente al livello del prodotto cognitivo finale, che sono le pagine concretamente accessibili del World-Wide Web. Quindi, se prendiamo quest'ultimo come esempio di ambiente cognitivo, queste pagine Web finali (concrete) sono per la cognizione umana l'equivalente di ciò che è *la materia ordinaria che riempie lo spazio* per la realtà fisica. In una visione classica di quest'ultima, si assume che la materia riempia lo spazio, e più generalmente lo spaziotempo, dando origine agli oggetti. Questo andrebbe considerato come il limite di un processo di oggettivazione che, tuttavia, non permette mai alle entità fisiche di raggiungere veramente lo status di *oggetti in quanto tali*. In questo senso, la nozione di oggetto è solo una nozione idealizzata, che svolge un ruolo essenziale solo nell'idealizzazione teorica della fisica classica. Ciò è confermato dal fatto che la materia ordinaria non è mai veramente localizzata, poiché contiene atomi e molecole e in di queste sottostrutture le particelle si trovano in stati di sovrapposizione non-localizzati.

Una situazione simile si riscontra nel dominio della cognizione umana. Infatti, il connettivo "o", che dà origine a stati non localizzati, appare frequentemente sotto forma di piccole *molecole di significato* sulle pagine del World-Wide Web. Gli esempi che abbiamo individuato sono del tipo seguente: *La finestra o la porta*, *Ridere o piangere*, *Morto o vivo*, *Caffè o tè*, ecc. Questi sono gli equivalenti, per il dominio cognitivo umano, di ciò che le molecole e gli atomi della materia ordinaria sono per la realtà fisica.

Una nozione che ci permette di comprendere più facilmente quanto sopra è quella di *biforcazione*. Infatti, se ci si concentra sull'evoluzione nel tempo, uno stato di sovrapposizione introduce una situazione di *biforcazione contestuale*, con gli stati collassati che descrivono i diversi rami di biforcazione (e più generalmente, rami di *multiforcazione*), il cui numero dipende dalla dimensione dello spazio di Hilbert (Aerts & Durt 1994, Aerts & Sassoli de Bianchi 2014, 2016). La *molecola di significato* data dalla disgiunzione *Caffè o tè*, ad esempio, può essere vista come la situazione di un tavolo in cui le

persone sono pronte a consumare qualcosa e a cui viene offerto caffè o tè, con la biforcazione che corrisponde alle loro possibili scelte. Possiamo facilmente capire che una persona a quel tavolo che non ha ancora scelto se bere caffè o tè, mantiene entrambe le possibilità in essere e *questo* corrisponde a un *elemento di realtà* autentico.

Se guardiamo al micromondo, sappiamo che gli stati di sovrapposizione sono molto abbondanti, il che significa che anche la nostra realtà fisica contiene elementi di biforcazione di questo genere. Pertanto, non c'è alcuna "nuvola di elettroni" intorno al nucleo di un atomo, ma solo degli elettroni che non si sono ancora resi disponibili a partecipare a un processo di misura in grado di attualizzare un loro posto nello spazio. Che questa situazione sia molto più comune nel micromondo che nel macromondo è un'osservazione ben nota, associata a uno dei problemi irrisolti della meccanica quantistica:

Perché il macromondo è per lo più classico, mentre il micromondo è generalmente quantistico?

Secondo l'interpretazione concettualistica, se questo è ancora oggi considerato un problema è perché commettiamo un sottile errore: paragoniamo il comportamento di pezzi di materia fermionica, sulla superficie del pianeta, con il comportamento di entità elementari come gli elettroni. Questi macro-pezzi di materia fermionica, come pietre, tavoli, sedie e corpi umani, si comportano in modo molto simile a come ci aspettiamo che si comportino degli oggetti, essendo per lo più localizzati nello spazio e separati gli uni dagli altri. Ma, come suggerisce l'esempio della disgiunzione "caffè o tè", non dovremmo paragonare gli elettroni che interagiscono con il nucleo di un atomo con questi macro-pezzi di materia fermionica, se descriviamo questi ultimi come dei meri oggetti inerti. Potremmo invece farlo se li inserissimo in una dinamica che include le biforcazioni, come è chiaro che anche un sasso che giace inerte per lungo tempo su un sentiero può essere improvvisamente raccolto da un camminatore e trovare un nuovo posto nella

collezione di sassi di quest'ultimo.

Questo è ancora più vero per i tavoli, e certamente per le sedie, che cambiano regolarmente posto, sperimentando così continue biforcazioni, per non parlare del corpo di un essere vivente, continuamente sottoposto a scelte che guidano il suo stato lungo possibili alternative. Negli esseri umani, poniamo l'origine di queste scelte nel loro cervello (e più in generale nella loro mente), e quando nell'interpretazione concettualistica affermiamo che la cognizione ha luogo anche nel micromondo, non lo intendiamo nel senso dell'esistenza di specifiche strutture cerebrali e di facoltà mentali associate. La separazione tra corpo e mente e le strutture cerebrali associate sono probabilmente specifiche del modo in cui la cognizione si è organizzata ed è emersa nel regno animale e umano. In effetti, il modo in cui la cognizione si è organizzata nello specifico nel micromondo è l'oggetto di ulteriori indagini nell'interpretazione concettualistica, i cui ingredienti principali sono, da un lato, l'esistenza dei concetti e delle strutture linguistiche emerse dalle loro combinazioni e, dall'altro, l'esistenza di apparati cognitivi in grado di comprenderne il significato e di operare di conseguenza delle scelte (si veda anche la discussione della sezione 5).

Ma vediamo di approfondire ulteriormente la questione della relazione tra macroscopico-classico e microscopico-quantistico, perché l'interpretazione concettualistica contiene almeno una parte della spiegazione di questa situazione. Consideriamo un gas, come quello formato dalle molecole d'aria dell'atmosfera del nostro pianeta. Queste molecole, quando a temperatura ambiente, si scontrano continuamente tra loro in media alla velocità di un aereo a reazione. Un calcolo può allora mostrare che la loro *lunghezza d'onda di de Broglie* è troppo piccola per far sì che le loro funzioni d'onda si sovrappongano, consentendo l'interferenza quantistica, ed è per questo che l'aria a temperatura ambiente si comporta come un gas classico. Se si abbassa la temperatura in laboratorio, portandola molto vicina allo zero assoluto, si può realizzare un nuovo stato del gas, chiamato *condensato di Bose-Einstein*, quantomeno se le molecole

sono dei bosoni e se si riesce a mantenere il gas sufficientemente diluito (Cornell & Wieman 2002, Ketterle 2002).

Quando la temperatura si riduce significativamente, la velocità media rallenta a tal punto che le lunghezze d'onda di de Broglie diventano così grandi che le funzioni d'onda delle diverse molecole possono sovrapporsi e dare origine a degli effetti di interferenza quantistica, e altri fenomeni quantistici (Aerts 2014, Aerts & Beltran 2020). In altre parole, un gas che a temperatura ambiente è dominato dalla casualità (*randomness*) diventa una struttura coerente a temperature estremamente basse. (Si noti che le temperature che i fisici possono raggiungere nei loro laboratori sono molto più fredde dei luoghi più freddi mai esistiti nell'universo e quindi, in questo senso, si tratta probabilmente di una nuova realtà per il nostro cosmo).

Come si interpreta quanto sopra espresso nell'ambito dell'interpretazione concettualistica? Di solito pensiamo alle molecole d'aria a temperatura ambiente come a delle entità sempre "vicine" tra loro, ma questa prospettiva è davvero quella corretta? Si scontrano costantemente l'una con l'altra a velocità medie molto elevate, ma le loro collisioni sono totalmente casuali, ed è anche per questo che consideriamo l'aria, nel suo complesso, come una materia inerte. Quale sarebbe una situazione equivalente quando si considerano delle persone che comunicano tra loro? Quella di un luogo in cui le persone si urlano addosso parole a caso senza nemmeno ascoltare quello che dicono gli altri, e in una tale situazione non siamo certo tentati di dire che quelle persone sarebbero "vicine" (in senso comunicativo) l'una all'altra. Al contrario, diremmo che c'è una mancanza di comunicazione. Questo significa che dovremmo considerare l'aria del nostro pianeta come un insieme di molecole talmente distanti tra loro da comportarsi effettivamente come delle entità separate, tanto che gli effetti quantistici diventano trascurabili, e ciò è dovuto alla presenza di troppo calore con la conseguente distruzione della coerenza che queste stesse entità potrebbero creare in situazioni più fredde.

Ma è proprio vero che la meccanica classica rende del tutto impossibile descrivere una tipica situazione di indeterminazione quantistica? In una sezione precedente, abbiamo già fatto l'esempio di una matita che si regge sulla punta per illustrare la nozione classica di rottura di simmetria e di biforcazione. In effetti, nella meccanica classica, dal suo formalismo matematico risulta che oltre agli stati di *equilibrio stabile* esistono anche gli stati di *equilibrio instabile*. Questi ultimi contengono un tipo di indeterminazione quantistica, sebbene limitata dal formalismo matematico della meccanica classica, che non permette a tali stati di diventare *contestuali*, cioè capaci di reagire in modo differente rispetto a misure differenti. Il formalismo dello spazio di Hilbert della meccanica quantistica permette invece di rendere tali stati di equilibrio instabile realmente contestuali, descrivendoli come stati di sovrapposizione.

Tuttavia, è importante notare che il formalismo dello spazio di Hilbert porta con sé anche una limitazione strutturale fondamentale: non consente la descrizione di *entità fisiche* (sperimentalmente) *separate*. Il formalismo in grado di descrivere sia gli stati contestualmente instabili sia i sistemi separati è stato sviluppato utilizzando delle nozioni matematiche (*reticoli* e *strutture di chiusura*) che per il momento restano ancora poco conosciute dagli odierni fisici quantistici, cosicché non si sono ancora avuti ulteriori sviluppi di questo formalismo più generale (Aerts 1982b).

Una questione correlata è quella della *linearità* del formalismo dello spazio di Hilbert. Sarebbe infatti quantomeno curioso che un formalismo matematico così specifico come quello di uno *spazio vettoriale lineare complesso* possa descrivere il mondo fisico in tutta la sua generalità. Considerando quanto abbiamo appena detto, ovvero che la situazione più semplice di due entità separate non può essere descritta in uno spazio di Hilbert, sospettiamo che il successo del quadro hilbertiano debba essere considerato solo in termini relativi. A questo proposito, vale la pena ricordare che, ad esempio, è possibile dimostrare che la regola di Born emerge come una *media universale*

di probabilità che non sono necessariamente hilbertiane (Aerts & Sassoli de Bianchi 2015c, 2017b).

Sarebbe senza dubbio utile e illuminante, pensando agli sviluppi futuri dell'interpretazione concettualistica, se si potesse sviluppare maggiormente un formalismo matematico in grado di porre rimedio alle carenze strutturali dell'approccio hilbertiano standard (Aerts 1982b), in cui la linearità potrebbe, ad esempio, essere introdotta come possibilità aggiuntiva solo quando la situazione fisica lo richiede veramente (Aerts & Sassoli de Bianchi 2015c, 2017b).

4.5 Spiegare l'indistinguibilità quantistica

L'ultima delle caratteristiche quantistiche che dobbiamo spiegare è l'*indistinguibilità quantistica*. Come abbiamo detto nella Sezione 2.5, il suo vero mistero risiede nel fatto che, contrariamente al principio ontologico di Leibniz dell'identità degli indiscernibili, due entità quantistiche possono essere realmente indistinguibili e tuttavia essere ancora (in un certo senso) individui. Se questo appare come un'impossibilità per le entità oggettuali, è invece del tutto atteso per le entità concettuali. Infatti, quando un messaggio non trasmette alcun elemento di distinzione tra due entità concettuali, allora per il destinatario di quel messaggio sono realmente indistinguibili.

Dobbiamo ricordare che quando usiamo il nostro linguaggio per descrivere un dato numero di entità concettuali, il contenuto della nostra descrizione è una specificazione dello stato di queste entità (Aerts, Sassoli de Bianchi & Sozzo 2016). Se nulla nella descrizione può essere usato per differenziarle, allora, per definizione, saranno in uno *stato di indistinguibilità* e, cognitivamente parlando, si comporteranno di conseguenza.

Per esempio, se diciamo *Undici animali*, tutti i concetti *Animale* nello stato multipartito *Undici animali* si trovano nello stesso identico stato, quindi hanno tutti lo stesso significato. E la presenza del concetto numerico *Undici* garantisce che non siamo in presenza di una singola entità, ma di un insieme di entità. Per fare

un altro esempio, quando sul nostro conto corrente bancario abbiamo, diciamo, *Undicimila euro*, siamo di nuovo in una situazione di vera e propria indistinguibilità, come dimostra il fatto che quando chiediamo all'impiegato della banca *Mille euro*, non abbiamo modo di dirgli quali di questi deve prelevare dal conto. Le cose sarebbero ovviamente diverse con delle banconote, che ad esempio contengono numeri di serie distinti, che permettono di distinguerle. Anche in questo caso abbiamo un esempio dell'importante differenza tra un'entità concettuale, come è il caso dell'entità *Denaro*, e le tracce che può lasciare nel nostro teatro spaziotemporale, ad esempio sotto forma di banconote.

Ora, se l'indistinguibilità delle entità quantistiche è una conseguenza della loro natura concettuale, e del fatto che possono trovarsi in stati che non trasmettono alcuna informazione che le entità cognitive possono utilizzare per distinguerle, e considerando che nel dominio fisico l'indistinguibilità ha profonde conseguenze sul comportamento statistico di collezioni di entità identiche, una previsione dell'interpretazione concettualistica è che si dovrebbero osservare dei comportamenti statistici non-classici (non-Maxwell-Boltzmann) anche nel dominio concettuale umano (Aerts, Sozzo & Veloz 2015). E in effetti questa previsione trova conferma nell'analisi della struttura del linguaggio umano.

Per dimostrarlo, seguiamo Aerts & Beltran (2020) e consideriamo un insieme di concetti a singola parola che hanno lo scopo di trasmettere un significato tramite una specifica narrazione, cioè tramite una storia. Possiamo chiamare questi concetti formati da una singola parola, che compongono la storia in questione, *cognitoni*, per analogia con i *fotoni*, che sono i quanti del campo elettromagnetico. I cognitoni della storia si trovano in stati specificati dalle diverse parole usate per raccontarla. Alcune parole sono ripetute molto frequentemente, altre meno, e le parole ripetute vanno intese come cognitoni che si trovano in uno stesso stato di significato. Più precisamente, supponiamo che la storia in questione sia formata da N cognitoni e che N_0 di essi si trovino nello stato corrispondente a

una data parola, per esempio la parola *Di*, che è la più spesso ripetuta; N_1 di essi si trovano invece nello stato corrispondente a un'altra parola, per esempio la parola *Che*, che è la seconda parola più spesso ripetuta nella storia in questione; e così via, con N_n cognitoni che si trovano nello stato corrispondente, per esempio, alla parola *Antropomorfizzazione*, che è quella meno spesso ripetuta. A queste n diverse parole possiamo associare dei diversi livelli di energia, $E_i = i$, $i = 0, \dots, n$, quindi chiederci quale sarebbe una buona funzione per modellare i numeri $N_i \equiv N(E_i)$ di occupazione osservati.

Secondo l'interpretazione concettualistica, i bosoni sono i mattoni naturali dei linguaggi, quindi una storia raccontata usando il linguaggio umano dovrebbe comportarsi in modo simile a un *gas di bosoni confinati*, dove i bosoni in questione sono qui i cognitoni, cioè i concetti a singola parola che possono occupare i diversi livelli energetici, corrispondenti alle diverse parole usate nella storia. In altre parole, l'interpretazione concettualistica prevede che una *storia in linguaggio naturale* si comporti in modo simile a un gas di bosoni formato da parole entangled, a una data temperatura, ed è forse una delle conferme più notevoli della sua validità osservare che, in effetti, la distribuzione di Bose-Einstein

$$N_{BE}(E_i) = \frac{1}{A\, e^{\frac{E_i}{B}} - 1}$$

con i parametri A e B determinati dalle condizioni

$$N = \sum_{i=0}^{n} N_i \qquad\qquad E = \sum_{i=0}^{n} N_i\, E_i$$

permette un fitting dei dati molto accurato (Aerts & Beltran 2020). D'altra parte, la distribuzione di Maxwell-Boltzmann

$$N_{MB}(E_i) = \frac{1}{C\, e^{\frac{E_i}{D}}}$$

con i parametri C e D determinati ancora una volta dalle condizioni di cui sopra sul numero totale N di parole e sulla loro energia totale

E, offre un fitting molto scarso dei dati; si veda la figura 15.

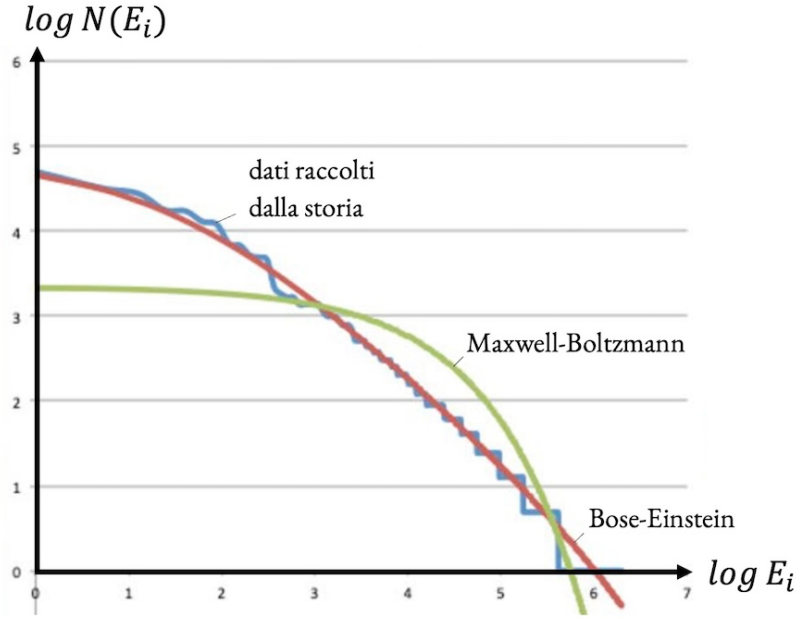

Figura 15 (a colori online). Il (*log* del) numero N_i di apparizioni di parole nella storia di *Winnie the Pooh* intitolata *In Which Piglet Meets a Heffalump* (Milne 1926), in funzione del (*log* del) livello di energia associato E_i. Il grafico blu rappresenta i dati raccolti direttamente dalla storia da modellizzare. Il grafico verde corrisponde alla distribuzione di Maxwell-Boltzmann, $N_{MB}(E_i)$, e il grafico rosso alla distribuzione di Bose-Einstein, $N_{BE}(E_i)$. I grafici rosso e blu coincidono quasi completamente, mentre il grafico verde non coincide affatto con il grafico blu dei dati. La figura è adattata dalla Figura 1(b) in Aerts & Beltran (2020).

Ma non è tutto. Se si permette alla modellazione di diventare più realistica, lasciando che la distanza tra i livelli energetici consecutivi non sia una costante, come nel caso della situazione semplice dell'oscillatore armonico quantistico, ma vari secondo una più generale legge di potenza

$$E_i = i^p \Delta E + E_0$$

come accade per delle forme più generali del potenziale di confinamento (Bagnato et al. 1987), diventa allora possibile ottenere un fitting quasi perfetto dei dati (Aerts & Beltran 2020). Questi

risultati sono ancora più significativi se si considera che offrono quella che probabilmente è la prima spiegazione convincente dell'origine della *legge di Zipf* (Zipf 1935, 1949), ovvero il fatto che in un *corpus di linguaggio naturale* la parola più frequente ricorre circa due volte più spesso della seconda parola più frequente, tre volte più spesso della terza parola più frequente, e così via. In ultima analisi, questo comportamento inaspettato deriverebbe dal fatto che i concetti umani, analogamente alle entità bosoniche, si comportano come delle entità indistinguibili, come dimostra il fatto che le parole che si ripetono in una storia possono essere scambiate senza alterarne il significato.

Questo non è più il caso se, in un libro stampato contenente le tracce di inchiostro di tale storia, scambiamo fisicamente alcune delle parole stampate sulla carta, ad esempio tagliandole e incollandole nei nuovi posti. Il lettore del libro noterà certamente l'avvenuta manipolazione, anche se non influirà sul significato della storia che il libro racconta, poiché vengono scambiate solo delle parole che sono uguali, cioè che hanno lo stesso significato. Questo è il motivo per cui le parole stampate obbediscono alla statistica di Maxwell-Boltzmann, mentre le parole non stampate, i cognitoni, obbediscono alla statistica di Bose-Einstein, da cui consegue la legge di Zipf.

5 Conclusione

Paul Bush (2001) ha chiesto una volta:

> La teoria quantistica non è 'null'altro' che una teoria statistica, o il referente di uno stato quantistico potrebbe essere un singolo oggetto? Questa domanda riflette una divisione della comunità dei fisici quantistici in due 'culture' distinte, corrispondenti alle due opzioni che prende in considerazione. Il compito di giustificare un'interpretazione che vada oltre un'interpretazione probabilistica minimale equivale al compito di risolvere tutti gli enigmi e i paradossi quantistici che hanno reso i fondamenti della meccanica quantistica un'impresa così appassionante nel corso della storia di questa teoria. Le esigenze della cosmologia quantistica, nonché i più recenti

> sviluppi della sperimentazione con i singoli microsistemi, incoraggiano certamente la ricerca di una solida interpretazione in termini di entità individuali.

In questo articolo abbiamo difeso la tesi che non solo gli enigmi e i paradossi quantistici possono essere affrontati, ma che possono anche essere risolti in modo soddisfacente. Per farlo, però, è necessario abbandonare il pregiudizio che la meccanica quantistica, e la fisica in generale, si occupi di oggetti. Citando anche da de Ronde & Massri (2016):

> [...] non è ovvio né autoevidente che dobbiamo presupporre questo specifico schema metafisico 'oggetto-proprietà' per interpretare il formalismo quantistico. Purtroppo, le principali discussioni in letteratura [...] presuppongono implicitamente la nozione di oggetto. Questa scelta metafisica ha generato molti problemi interpretativi. Ovviamente, tali problemi non possono sfuggire ai loro stessi presupposti e, proprio per questo motivo, la MQ è stata confinata a una discussione entro i limiti di questa prospettiva metafisica molto specifica.

In accordo con de Ronde & Massri, abbiamo proposto un'ontologia e una metafisica non oggettuale per la meccanica quantistica, in accordo con l'osservazione che le entità quantistiche sono non-spaziali, e più in generale non-spaziotemporali, e che la spazialità è solitamente considerata come una caratteristica fondamentale degli oggetti fisici. Osservando da vicino il comportamento delle entità quantistiche e utilizzando l'esperienza accumulata negli anni sull'efficacia della modellizzazione quantistica dei processi cognitivi (*cognizione quantistica*), è stato possibile non solo affermare con relativa certezza che cosa *non è* un'entità quantistica (non è una particella, non è un'onda, non è un campo, non è un'entità spaziale, non è un oggetto), ma anche proporre che cosa *è* un'entità quantistica, cioè qual è la sua *natura*. La nostra proposta è che un'entità quantistica possiede una natura concettuale, cioè una natura equivalente a quella di un *concetto umano*, come inteso nell'ambito

della *cognizione umana*, e ci auguriamo di essere riusciti a fornire al lettore sufficienti elementi a favore della nostra tesi, e sufficienti stimoli per incoraggiare l'approfondimento del suo potere esplicativo.

Siamo naturalmente consapevoli che altri enigmi quantistici devono essere affrontati e spiegati, oltre a quelli che abbiamo evocato in questo lavoro. Se non lo abbiamo fatto in questa sede è solo per evitare di allungare eccessivamente un testo già corposo. In altre parole, abbiamo dovuto fare delle scelte e rimandiamo il lettore interessato ad Aerts (2009, 2010a,b, 2013, 2014), Aerts & Sassoli de Bianchi (2018), Aerts et al. (2020), Aerts & Beltran (2020, 2022) e Aerts & Aerts Arguëlles (2022) per una discussione di altre situazioni sperimentali, come l'*esperimento della doppia fenditura*, l'*esperimento della scelta ritardata*, l'*esperimento di cancellazione quantistica* e il *fenomeno della quantizzazione* (che abbiamo affrontato brevemente nella Sezione 4.2). Si rimanda anche ad Aerts et al. (2020) e ad Aerts & Sassoli de Bianchi (2023) per apprezzare la fecondità dell'interpretazione concettualistica nel far luce sugli aspetti poco chiari della *teoria della relatività*. Inoltre, il quadro *pancognitivista* che emerge da questa interpretazione ha forti implicazioni anche sulla nostra comprensione dell'*evoluzione* e della comparsa di forme di vita complesse sulla superficie del nostro pianeta, e rimandiamo ad Aerts & Sassoli de Bianchi (2018) per maggiori dettagli al riguardo.

All'interno di questa discussione conclusiva, è importante considerare una possibile obiezione: ovvero che gli oggetti macroscopici, fatti di materia ordinaria, non potrebbero essere intesi come entità cognitive, poiché l'attività cognitiva richiede tipicamente un cervello e degli organi sensoriali per essere svolta. Abbiamo affrontato brevemente la questione in Aerts et al. (2020), ricordando che "se è vero che un certo comportamento presuppone una certa organizzazione, ciò non significa che sia necessaria la stessa organizzazione per ottenere uno stesso comportamento". L'obiezione di cui sopra è nota anche a chi studia la *senzienza delle piante* e difende questa possibilità come attributo autentico e non

solo metaforico. Quindi, mutatis mutandis, parte della letteratura che affronta la questione della *cognizione nelle piante* è rilevante anche per la questione della *cognizione nella materia inerte*, ma è al di là dello scopo di questo lavoro affrontare in modo soddisfacente questo tema sfaccettato.

Sottolineiamo che non si deve dare per scontato che un'entità cognitiva sia anche, necessariamente, un'entità cosciente. Inoltre, una teoria generale della coscienza e della cognizione dovrebbe evitare il più possibile qualsiasi pregiudizio antropocentrico, come quello secondo cui *nessun cervello* implica *nessuna cognizione*. A questo proposito, Hiernaux (2021) propone di intendere la coscienza come un tipo di attività cognitiva e la cognizione come un tipo di comportamento. Quindi, senza la necessità di possedere strutture simili a un cervello, un'entità sarebbe in grado di essere cognitiva, in senso minimale del termine, se può avere dei comportamenti non automatici e non prevedibili, cioè se può comportarsi in un modo che implica la presenza di processi decisionali su diverse alternative. Questa visione minimale della cognizione è certamente compatibile con le ipotesi centrali dell'interpretazione concettualistica.

Per quanto riguarda il significato dell'interpretazione concettualistica in relazione alla natura del nostro universo fisico, e tralasciando il tema della coscienza, ci sono ovviamente diverse possibilità. Una di queste è che, semplicemente, le interazioni cognitive e le corrispondenti strutture cognitive siano quelle più efficienti dal punto di vista organizzativo, e questo spiegherebbe perché l'universo avrebbe iniziato a strutturarsi in questo modo. Un'altra ipotesi è che la *Mente* sia la natura fondamentale dell'universo, con la materia e l'energia che ne sarebbero delle semplici manifestazioni. Qualunque sia il significato dell'universo, se l'interpretazione concettualistica si rivelasse vera, l'universo sarebbe come un grande "salotto di discussione", dove le chiacchiere si susseguono costantemente e ovunque.

Per concludere, è istruttivo chiarire brevemente come

l'interpretazione concettualistica si relazioni con le altre interpretazioni della meccanica quantistica. Un'analisi esaustiva di tali paragoni richiederebbe un articolo dedicato e qui ci limiteremo a valutare sinteticamente l'interpretazione concettualistica alla luce delle tre asserzioni fondamentali di Maudlin (1995), comunemente utilizzate per distinguere e classificare le interpretazioni. La prima asserzione riguarda la completezza della funzione d'onda e sostiene che essa determina completamente lo stato di un sistema, specificando tutte le sue proprietà attuali e potenziali. Dal punto di vista dell'interpretazione concettualistica, questa asserzione è solo parzialmente corretta. Sebbene un vettore dello spazio di Hilbert spesso catturi adeguatamente la totalità delle proprietà di un sistema, vi sono notevoli eccezioni. In particolare, gli stati autentici richiedono una descrizione anche tramite operatori di densità, ad esempio durante i processi di misura o quando i sistemi sono entangled (Aerts & Sassoli de Bianchi 2016). Inoltre, l'interpretazione non privilegia intrinsecamente la geometria dello spazio di Hilbert, come dimostrano le prove empiriche provenienti dalla cognizione umana, che rivelano violazioni di relazioni che sono implicite in questa geometria, e nella regola di Born, in particolare le *leggi marginali* (Aerts et al. 2019). Quindi, la struttura lineare dello spazio di Hilbert va intesa solo come un'approssimazione di un formalismo più generale in grado di descrivere anche i fenomeni come la separazione (Aerts et al. 2024a).

La seconda asserzione di Maudlin riguarda l'evoluzione esclusivamente deterministica della funzione d'onda, tipicamente descritta dall'evoluzione unitaria dettata dall'equazione di Schrödinger. Questo determinismo non è avvalorato dall'interpretazione concettualistica. In un quadro pancognitivista, i processi cognitivi e decisionali pervadono la realtà, il che implica che l'evoluzione si manifesta prevalentemente come un processo non lineare, aperto in ogni istante a una molteplicità di risultati. L'evoluzione unitaria emerge quindi semplicemente come un caso limite particolare all'interno di uno spettro più ampio di possibilità evolutive,

corrispondente a scenari in cui esiste un solo risultato possibile.

Infine, per quanto riguarda la terza asserzione di Maudlin, che sottolinea contesti di misura genuinamente indeterministici caratterizzati da molteplici risultati possibili – solo uno dei quali si concretizza in base alle frequenze relative prescritte dalla regola di Born – l'interpretazione concettualistica concorda essenzialmente con la sua validità. Infatti, afferma l'esistenza di un singolo risultato attualizzato a ogni misura. Tuttavia, come già osservato, la stessa regola di Born è da intendere solo come un'approssimazione entro un quadro probabilistico più generale (Aerts & Sassoli de Bianchi 2014, 2015b,c).

Bibliografia

Adenier, G. & Khrennikov, A. (2007). Is the fair sampling assumption supported by EPR experiments? J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Physics 40, pp. 131–141.

Adenier, G. & Khrennikov, A. (2017). Test of the no-signaling principle in the Hensen loophole-free CHSH experiment. Fortschritte der Physik (Progress in Physics) 65, 1600096.

Aerts, D. (1982a). Example of a macroscopical situation that violates Bell inequalities. Lettere al Nuovo Cimento 34, pp. 107–111.

Aerts, D. (1982b). Description of many physical entities without the paradoxes encountered in quantum mechanics. Foundations of Physics 12, pp. 1131-1170.

Aerts, D. (1986). A possible explanation for the probabilities of quantum mechanics. Journal of Mathematical Physics 27, pp. 202–210.

Aerts, D. (2002). Being and change: foundations of a realistic operational formalism. In D. Aerts, M. Czachor and T. Durt (Eds.), Probing the Structure of Quantum Mechanics: Nonlinearity, Nonlocality, Probability and Axiomatics (pp. 71–110). Singapore: World Scientific.

Aerts, D. (2009). Quantum particles as conceptual entities: A possible explanatory framework for quantum theory. Foundations of Science 14, pp. 361–411.

Aerts, D. (2010a). Interpreting quantum particles as conceptual entities. International Journal of Theoretical Physics 49, pp. 2950–2970.

Aerts, D. (2010b). A potentiality and conceptuality interpretation of quantum physics. Philosophica 83, pp. 15–52.

Aerts, D. (2013). La mecánica cuántica y la conceptualidad: Sobre materia, historias, semántica y espaciotiempo. Scientiae Studia 11, pp. 75-100.

Translated from: Aerts, D. (2011). Quantum theory and conceptuality: Matter, stories, semantics and space–time. arXiv:1110.4766 [quant-ph]. Also published in English in: AutoRicerca 18, year 2019, pp. 109–140.

Aerts, D. (2014). Quantum theory and human perception of the macro-world. Front. Psychol. 5, Article 554.

Aerts, D. (2018). Relativity Theory Refounded. Found Sci 23, pp. 511–547.

Aerts, D. & Aerts, S. (1995). Applications of quantum statistics in psychological studies of decision processes. Foundations of Science 1, pp. 85–97.

Aerts, D., Aerts Arguëlles, J., Beltran, L., Beltran, L., Distrito, I., Sassoli de Bianchi, M., Sozzo, S. & Veloz, T. (2018a). Towards a Quantum World Wide Web. Theoretical Computer Science 752, pp. 116–131.

Aerts, D., Aerts Arguëlles, J., Beltran, L., Geriente, S., Sassoli de Bianchi, M., Sozzo, S. & Veloz, T. (2018b). Spin and Wind Directions I: Identifying Entanglement in Nature and Cognition. Foundations of Science 23, pp. 323–335

Aerts, D., Aerts Arguëlles, J., Beltran, L., Geriente, S., Sassoli de Bianchi, M., Sozzo, S. & Veloz, T. (2018c). Spin and Wind Directions II: A Bell state quantum model. Foundations of Science 23, pp. 337–365.

Aerts, D., Aerts Arguëlles, J., Beltran, L., Geriente, S., Sassoli de Bianchi, M., Sozzo, S. & Veloz, T. (2019). Quantum entanglement in physical and cognitive systems: a conceptual analysis and a general representation. European Physical Journal Plus 134: 493.

Aerts, D., Aerts Arguëlles, J., Beltran, L., Sassoli de Bianchi, M. and Sozzo, S. (2024a). The Separability Problem in Quantum Mechanics: Insights from Research on Axiomatics and Human Language. To be published in: Philosophical Transactions of the Royal Society A. arXiv: 2409.15942.

Aerts, D. & Aerts Arguëlles, J. (2022). Human Perception as a Phenomenon of Quantization. Entropy 24, 1207.

Aerts, D. & Beltran, L. (2020). Quantum structure in cognition: Human language as a Boson gas of entangled words. Foundations of Science 25, pp. 755–802.

Aerts, D. & Beltran, L. (2022). Are words the quanta of human cognition. Extending the domain of quantum cognition. Entropy 24, 6.

Aerts, D., Broekaert, J., Smets, S. (1999). A quantum structure description of the liar paradox. International Journal of Theoretical Physics 38, pp. 3231–3239.

Aerts, D., Coecke, B., Durt, T. & Valckenborgh, F. (1997). Quantum, classical and intermediate I: a model on the Poincaré sphere. Tatra Mountains Mathematical Publications 10, p. 225.

Aerts, D., & Czachor, M. (2004). Quantum aspects of semantic analysis and symbolic artificial intelligence. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 37, pp. L123–L132.

Aerts, D., & Durt, T. (1994). Quantum, classical and intermediate: A

measurement model. Proceedings of the Symposium on the Foundations of Modern Physics 1994: 70 Years of Matter Waves, Helsinki, Finland, 13-16 June 1994. Singapore: World Scientific.

Aerts, D., & Gabora, L. (2005a). A theory of concepts and their combinations I: the structure of the sets of contexts and properties. Kybernetes 34, pp. 167–191.

Aerts, D., & Gabora, L. (2005b). A theory of concepts and their combinations II: a Hilbert space representation. Kybernetes 34, pp. 192–221.

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2014). The extended Bloch representation of quantum mechanics and the hidden-measurement solution to the measurement problem. Ann. Phys. 351, pp. 975–1025 (2014). See also the Erratum: Ann. Phys. 366, pp. 197–198 (2016).

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2015a). Many-Measurements or Many-Worlds? A Dialogue. Found. of Sci. 20, pp. 399–427.

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2015b). The unreasonable success of quantum probability I: Quantum measurements as uniform fluctuations. Journal Mathematical Psychology 67, pp. 51–75.

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2015c). The unreasonable success of quantum probability II: Quantum measurements as universal measurements. Journal Mathematical Psychology 67, pp. 76–90.

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2016). The extended Bloch representation of quantum mechanics: Explaining superposition, interference, and entanglement. J. Math. Phys. 57. 122110.

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2017a). Beyond-quantum modeling of question order effects and response replicability in psychological measurements. Journal of Mathematical Psychology 79, pp. 104–120.

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2017b). Universal measurements. World Scientific.

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2018). Quantum Perspectives on Evolution. In: The Map and the Territory: Exploring the Foundations of Science, Thought and Reality. Shyam Wuppuluri, Francisco Antonio Doria (eds.) Springer: The Frontiers collection, pp. 571–595.

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2019). When Bertlmann wears no socks: contextual common causes as an explanation for quantum correlations. arXiv:1912.07596 [quant-ph].

Aerts, D. & Sassoli de Bianchi, M. (2023). The nature of time and motion in relativistic operational reality. arXiv:2307.04764 [physics.hist-ph].

Aerts, D., Sassoli de Bianchi, M. & Sozzo, S. (2016). On the Foundations of the Brussels Operational-Realistic Approach to Cognition. Frontiers in Physics 4, Article 17.

Aerts, D., Sassoli de Bianchi, M. and Sozzo, S. (2024b). From Quantum Cognition to Conceptuality Interpretation I: Tracing the Brussels Group's Intellectual Journey. To be published in: Philosophical Transactions of the

Royal Society A. arXiv: 2412.06799.
Aerts, D., Sassoli de Bianchi, M. and Sozzo, S. (2024c). From Quantum Cognition to Conceptuality Interpretation II: Unraveling the Quantum Mysteries. To be published in: Philosophical Transactions of the Royal Society A. arXiv: 2412.19809.
Aerts, D., Sassoli de Bianchi, M., Sozzo, S. & Veloz, T. (2018). Modeling Human Decision-Making: An Overview of the Brussels Quantum Approach. Found Sci. https://doi.org/10.1007/s10699-018-9559-x.
Aerts, D., Sassoli de Bianchi, M., Sozzo, S. & Veloz, T. (2020). On the Conceptuality interpretation of Quantum and Relativity Theories. Foundations of Science 25, pp. 5–54.
Aerts, D. & Sozzo, S. (2011). Quantum structure in cognition. Why and how concepts are entangled. In: Quantum interaction 2011. Lecture notes in computer science (Vol. 7052, pp. 116–127). Berlin: Springer.
Aerts, D. & Sozzo, S. (2014). Quantum entanglement in concept combinations. International Journal of Theoretical Physics 53, pp. 3587-3603.
Aerts, D., Sozzo, S. & Veloz, T. (2015). The quantum nature of identity in human thought: Bose–Einstein statistics for conceptual indistinguishability. International Journal of Theoretical Physics, 54, pp. 4430–4443.
Aerts Arguëlles, J. (2024). Are Colors Quanta of Light for Human Vision? A Quantum Cognition Study of Visual Perception. arXiv:2403.18850 [q-bio.NC].
Aristotle (1995). The Complete Works of Aristotle. The Revised Oxford Translation, vol. 1 and 2, J. Barnes (ed.), Princeton University Press, New Jersey.
Atmanspacher, H., Römer, H., Walach, H. (2002). Weak quantum theory: complementarity and entanglement in physics and beyond. Foundations of Physics 32, pp. 379–406.
Bagnato, V., Pritchard, D. E. & Kleppner, D. (1987). Bose-Einstein condensation in an external potential. Physical Review A 35, 4354.
Bednorz A. (2017). Analysis of assumptions of recent tests of local realism. Phys. Rev. A 95, 042118.
Bell, J. (1964). On the Einstein Podolsky Rosen Paradox. Physics 1, pp. 195–200.
Bell, J. S. (1981). Bertlmann's socks and the nature of reality. J. de Phys. Colloques 42 (C2), pp. C2-41–C2-62.
Bertlmann, R. A. (1990). Bell's theorem and the nature of reality. Foundations of Physics 20, pp. 1191–1212.
Bohr, N. (1928). The Quantum Postulate and the Recent Development of Atomic Theory. Nature 121, pp. 580–590.
Boltzmann, L. (1877). Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung respektive den Sätzen über das Wärmegleichgewicht. Sitzungsberichte der

Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Classe. Abt. II, 76, pp. 373–435.

Born, M. (1926). "Quantenmechanik der Stoßvorgänge." Z. Phys. 38, pp. 803–827.

Born, M. (1971). The Born-Einstein Letters. The Macmillian Press Ltd, p. 158.

Bose, S. N. (1924). Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. Zeitschrift für Physik 26, pp. 178–181.

Brent, B. & Kay, P (1969). Basic Color Terms: Their Universality and Evolution. Berkeley: University of California Press. Broad, C.D. (1923). Scientific Thought. London: Routledge & Kegan Paul, p. 242.

Busemeyer, J. R. & Bruza, P. D. (2012). Quantum models of cognition and decision. Cambridge: Cambridge University Press.

Bush, P. (2001). Just How Final Are Today's Quantum Structures? Soft Computing 5, pp. 137–138.

Carroll, S. (2019). Even Physicists Don't Understand Quantum Mechanics. Worse, they don't seem to want to understand it. The New York Times, Opinion, Sept. 7.

Corvallis, M. (2017). The Truth about Language: What It Is and Where It Came From. Chicago: University of Chicago Press.

Cornell, E. A., and Wieman, C. E. (2002). Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments. Reviews of Modern Physics 74, pp. 875-893.

De Raedt, H., Michielsen, K. & Jin, F. (2012). Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm laboratory experiments: Data analysis and simulation. AIP Conf. Proc. 1424, pp. 55–66.

De Raedt H., Jin, F. & Michielsen, K. (2013). Data analysis of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm laboratory experiments. Proc. of SPIE 8832, The Nature of Light: What are Photons? V, 88321N.

De Ronde, C. (2014). The problem of representation and experience in quantum mechanics. In: Probing the meaning of quantum mechanics: Physical, philosophical and logical perspectives. Ed. by Diederik Aerts and Sven Aerts Christian de Ronde. Singapore: World Scientific, pp. 91–111.

De Ronde, C. (2017). Representational realism, closed theories and the quantum to classical limit. In: Quantum Structural Studies: Classical Emergence from the Quantum Level. Ed. by R. Kastner, J. Jenić-Dugić, and G. Jaroszkiewicz. Singapore: World Scientific, pp. 105–135.

De Ronde, C. & Massri, C. (2016). Kochen-Specker Theorem, Physical Invariance and Quantum Individuality. In: Cadernos de História e Filosofia da Ciência 4.2, pp. 107–130.

De Ronde, C. & Sassoli de Bianchi, M (2019). A remark on quantum cloning. Revista Brasileira de Ensino de Física 41, e20190033.

Dirac, P. A. M. (1926). On the Theory of Quantum Mechanics. Proceedings of the Royal Society A. 112, pp. 661–77.

Dirac, P. A. M. (1930). The Principles of Quantum Mechanics. Oxford University Press.

Einstein, A. (1916). Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. Annalen der Physik 49, pp. 769–822.

Einstein, A. (1924) [Published 10 July 1924]. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, pp. 261-267.

Fermi, E. (1926). Sulla quantizzazione del gas perfetto monoatomico. Rendiconti Lincei 3, pp. 145–9.

Feynman, R.P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1964). The Feynman Lectures on Physics (Vol. III), New York, NY: Addison-Wesley (revised and extended edition in 2005).

Feynman, R. (1985). The Character of Physical Law, MIT Press: Cambridge, Massachusetts, p. 129.

Fubini, G. (1904). Sulle metriche definite da una forma Hermitiana. Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze. Atti Inst.Veneto Sci.Lett.Arti 63, pp. 501–513.

Gabora, L. & Aerts, D. (2002). Contextualizing concepts using a mathematical generalization of the quantum formalism. Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence 14, pp. 327–358.

Gerlich, S., Eibenberger, S., Tomandl, M., Nimmrichter, S., Hornberger, K., Fagan, P. J., et al. (2011). Quantum interference of large organic molecules. Nature Communications 2, p. 263.

Gerlich, S., Eibenberger, S., Tomandl, M., Nimmrichter, S., Hornberger, K., Fagan, P. J., Tüxen, J., Mayor, M. & Arndt, M. (2013). Matter–wave interference of particles selected from a molecular library with masses exceeding 10000 amu. Phys. Chem. Chem. Phys. 15, 14696.

Gleason, A. M. (1957). Measures on the closed subspaces of a Hilbert space. J. Math. Mech. 6, pp. 885–893.

Goldstone, R. L. & Hendrickson, A. T. (2010). Categorical perception. Wiley Interdiscip. Rev. Cogn. Sci. 1, pp. 69–78.

Hampton, J. A. (1988). Disjunction of natural concepts. Memory and Cognition 16, pp. 579–591.

Heisenberg, W. (1971). Physics and Beyond, Harper & Row, New York, p. 206.

Hiernaux, Q. (2021). Differentiating Beheavior, Cognition, and Consciounsess in Plants. Journal of Consciousness Studies 28, pp. 106–135.

Kahneman, D. (2003). Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics. The American Economic Review 93, pp. 1449–1475.

Kennard, E. H. (1927). Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen.

Zeitschrift für Physik 44, pp. 326–352.
Ketterle, W. (2002). Nobel lecture: when atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser. Reviews of Modern Physics 74, pp. 1131–1151.
Khrennikov, A. (1999). Classical and quantum mechanics on information spaces with applications to cognitive, psychological, social and anomalous phenomena. Foundations of Physics 29, pp. 1065–1098.
Kolmogorov, A. N. (1933). Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeits-rechnung. J. Springer, Berlin.
Kupczynski, M. (2017). Is Einsteinian no-signalling violated in Bell tests? Open Phys. 15, pp. 739–753.
Lévy-Leblond, J.-M. (2018). On the Conceptual Nature of the Physical Constants. In: The Reform of the International System of Units (SI). Philosophical, Historical and Sociological Issues. Edited by: Nadine de Courtenay, Olivier Darrigol, and Oliver Schlaudt, Routledge, pp. 125–149.
Maudlin, T. (1995). Three measurement problems. Topoi 14, pp. 7–15.
Maudlin, T. (2019). The Problem With Quantum Theory. The Institute of Art and Ideas [Video]. YouTube. https://youtu.be/hC3ckLqsL5M.
Maxwell, J.C. (1860 A): Illustrations of the dynamical theory of gases. Part I. On the motions and collisions of perfectly elastic spheres. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 4th Series, vol.19, pp.19–32.
Melucci, M. (2015). Introduction to information retrieval and quantum mechanics. In: The Information Retrieval Series (Vol. 35). Berlin: Springer.
Milne, A. A. (1926). Winnie-the-Pooh. London: Methuen & Co., Ltd.
Mondal, D., Bagchi, S. & Pati, A. K. (2017). Tighter uncertainty and reverse uncertainty relations. Physical Review A 95, 052117.
Newton, I. (1726). Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, General Scholium. Third edition, page 943 of I. Bernard Cohen and Anne Whitman's 1999 translation, University of California Press, ISBN 0-520-08817-4, 974 pages.
Nicolis, G. & Prigogine, I. (1977). Self-organization in nonequilibrium systems: From dissipative structures to order through fluctuations. Wiley, New York.
O'Connell, A.D. et al. (2010). Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator. Nature 464, pp. 697–703.
Piron, C. (1976). Foundations of Quantum Physics, W. A. Benjamin Inc., Massachusetts.
Planck, M. (1900). Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum. Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 2, pp. 237–245. Leipzig: Johann Ambrosius Barth.
Poincaré, H. (1885). L'Équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de

rotation. Acta Mathematica 7, pp. 259–380.
Quine, W.V. O. (1948). On What There Is, Review of Metaphysics 2, pp. 21–38.
Raja, V. & Segundo-Ortin, M. (Eds.) (2021). Plant Sentience. Journal of Consciousness Studies 28, No. 1-2.
Rosch, E. H. (1973). Natural Categories. Cognitive Psychology 4, pp. 328–350.
Sassoli de Bianchi, M. (2013). Quantum 'fields' are not fields. Comment on "There are no particles, there are only fields," by Art Hobson. Am. J. Phys. 81, pp. 707–708.
Sassoli de Bianchi, M. (2013). Using simple elastic bands to explain quantum mechanics: a conceptual review of two of Aerts' machine-models. Central European Journal of Physics 11, pp. 147–161.
Sassoli de Bianchi, L. & Sassoli de Bianchi, M. (2025). The cognitive triple-slit experiment. arXiv: 2505.05497.
Schrödinger, E. (1944). What Is Life? The Physical Aspect of the Living Cell. Based on lectures delivered under the auspices of the Dublin Institute for Advanced Studies at Trinity College, Dublin, in February 1943. Cambridge: Cambridge University Press 1967.
Simon, H. A. (1955). A Behavioral Model of Rational Choice. Quarterly Journal of Economics 69, pp. 99–118.
Smith, E. E. and Medin, D. L. (1981), Categories and concepts, Harvard University Press, Cambridge, MA.
Streater, R. F. & Wightman, A. S. (1964). PCT, spin and statistics, and all that. New York: W. A. Benjamin Inc.
Van Rijsbergen, C. J. (2004). The geometry of information retrieval. Cambridge: Cambridge University Press.
Von Neumann, J. (1932). Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Verlag von Julius Springer, Berlin.
Widdows, D. (2004). Geometry and Meaning. Stanford: CSLI publications.
Zipf, G. K. (1935). The psycho-biology of language. Boston: Houghton Mifflin Co.
Zipf, G. K. (1949). Human behavior and the principle of least effort. Cambridge: Addison Wesley.